

The Society for Economic Studies
The University of Kitakyushu
Working Paper Series No.2013-5
(accepted in March 25, 2014)

DSGE モデルを用いた、消費税増税がわが国の経済に与える影響の分析

北九州市立大学 林田実
東洋大学 大野裕之
関西学院大学 安岡匡也

要旨

本稿は、2014年4月1日に施行される消費税率引き上げが、我が国経済に与える影響を、DSGE モデルによって予測することを目的とする。そのために、DSGE モデルの一種である New IS-LM モデルのパラメータを MCMC で推定し、1989年の消費税導入および1997年の消費税率引き上げにこれを適用することで、モデルの評価を行った。その上で、本年4月の消費税率引き上げの影響を探った。主要な結論は次のようである。モデルの予測力としては、産出量の1年目のマイナス予測は、実際値では見られなかった。2年目以降数年間の予測値は、ほぼ0となるが、実際値はプラス（89年）とマイナス（97年）に大きく振れている。利率は両年とも、1年目の予測値はマイナスで実際値と整合的になった。2年目以降の当てはまりは、あまり良くない。インフレ率は1年目の予測はマイナスであるが、実際値は両年ともプラスであった。2年目以降の予測値のパフォーマンスはあまり良くなかった。また、全般的に、予測値の分散は実際値の分散よりもかなり小さくなった。レベルの予測では、産出量、利率、インフレ率とも実際値にはトレンドがある時期と重なっており、モデルの予測力のはかばかしくなかった。しかし、インフレ率の1年目だけは、予測値と実際値が近い値になった。stochastic シミュレーションによる予測は deterministic シミュレーションによる予測に比べて、理論に整合的であった。しかし、予測力の観点からは、特に有力とは言えない。14年4月の消費税率引き上げの予測として、産出量は1年目に0.345%の押し下げ効果を受けるが、2年目以降はその効果は小さい。利率はマイナス0.263%が1年目に見込まれ、2年目以降は一桁ずつ小さくなる。インフレ率は、0.081%のデフレが予測された。ただし、本稿の New IS-LM モデルはインフレターゲットは考慮されていない。

DSGE モデルを用いた、消費税増税がわが国の経済に与える影響の分析

林田実
大野裕之
安岡匡也

目次

- 1 はじめに
- 2 先行研究レビュー
- 3 New IS-LM モデル
- 4 分析のための枠組みとモデルの評価
 - 4-1 消費税増税の New IS-LM モデルへの取り込み方
 - 4-2 1989 年消費税導入 (3%) によるモデルの評価
 - 4-3 1997 年消費税率引き上げ (3%→5%) によるモデルの評価
- 5 2014 年消費税率引き上げ (5%→8%) による日本経済への影響の予測
- 6 おわりに

参考文献

付録 A

付録 B

1 はじめに

公債残高の対 GDP 比が 200%を超えるという、財政の危機的な状況を立て直すために、何らかの増税は不可避であることは、大方の識者に異論はない。今回、政府はこれに消費税率引き上げで対処する方策をとった。周知のように、消費税率は本年 4 月 1 日に 5%から 8%に引き上げられることが決定されている。課税政策として、消費税を採用した理由は、我が国の少子高齢化が進んでおり、若年世代に対する負担が過度に大きくなるのを防ぐために、すなわち、世代間の公平性の観点から導入されたものと考えることができる。また、所得税に比べて、消費税は労働や貯蓄の決定に対してのゆがみが少ないと考えられることから課税の効率性についての障害が小さく、景気や成長へのマイナスの影響が小さいと考えられているためでもある。しかしながら、長いデフレというトンネルの中を進みつつある日本経済にとって、消費税率引き上げがもたらす、負の効果について、悲観的な意見は少なくない。他方で、日銀による未曾有の金融緩和を背景に、楽観的な識者も多い。どちらが、正しいのであろうか。本稿は、この素朴な疑問に対して、経済学によって、どの程度迫ることができるのかを実証的に探ることを目的とする。

分析に当たって、我々は、①先進的なマクロ経済モデル、②最新のパラメータ推定法、③過去のデータを用いたモデルの性能評価を行ったうえで、④モデルによる予測を行うこ

とにより、今回の消費税率引き上げの効果を探ることにした。順に解説しよう。

まず、最新の経済モデルとして、DSGE モデル、具体的には、New IS-LM モデルを用いることにした。DSGE モデルとは、Dynamic Stochastic General Equilibrium（動学的確率的一般均衡モデル）の頭文字をとったものである。このモデルは、合理的な、家計、企業の最適化行動から導出された動学的モデルを定常解の近傍で近似し、イノベーションと呼ばれるショックを与えることによって、モデルの振る舞いを見ることにより、様々なシミュレーション、予測を行おうとするものである。新古典派経済モデルでは十分に考察することができなかった、金融政策が実物経済に与える影響を DSGE モデルでは分析することが可能となっている。そのため、DSGE モデルは近年、欧米で深く浸透し、殊に、各国の中央銀行では、デファクトスタンダードとして利用が定着してきている。本稿は、このモデルを財政政策分析に適応しようとするものである。

DSGE モデルに出現するパラメータは従来、カリブレーションという手法を使って同定されており、その意味で、本格的な実証家からは、DSGE モデルは経済理論の延長にあるものとみなされてきた。しかし、近年、ベイズ統計学の隆盛とコンピュータ能力の伸張とともに、パラメータの推定を MCMC によって行うことができるようになり、本格的な実証モデルとしても利用されるようになってきた。そこで、本稿でも、パラメータの推定を MCMC により行っている。

ところで、我が国の消費税は 1989 年 4 月 1 日に、税率 3% で導入され、1997 年 4 月 1 日に現行の 5% に引き上げられた経緯がある。これらの年に観察されたデータは、上記のような手法で推定されたモデルの性能を評価する上で、極めて有意義と考えられる。そこで、この前 2 回の消費税率引き上げの影響をモデル分析し、本稿のモデルの評価を行うことにする。

最後に、New IS-LM モデルのパラメータを 1981 年から 2013 年までのデータを用いて、MCMC 推定し、こうして推定されたモデルを用いて、2014 年 4 月 1 日の消費税率 8% への引き上げが、経済に与える影響の程度を予測してみたいと思う。

ここで、本稿の主要な結論を要約しておこう。まず、New IS-LM モデルの deterministic シミュレーションによる予測力について述べる。まず、定常解からの変化率については、産出量の 1 年目のマイナス予測は、実際値では見られなかった。2 年目以降数年間の予測値は、ほぼ 0 となるが、実際値はプラス（89 年）とマイナス（97 年）に大きく振れている。利子率は兩年とも、1 年目の予測値はマイナスで実際値と整合的になった。2 年目以降の当てはまりは、あまり良くない。インフレ率は 1 年目の予測はマイナスであるが、実際値は兩年ともプラスであった。2 年目以降の予測値のパフォーマンスがあまり良くないのは利子率と同じである。また、全般的に、予測値の分散は実際値の分散よりもかなり小さくなった。レベルの予測では、産出量、利子率、インフレ率とも実際値にはトレンドがある時期と重なっており、モデルの予測力のはかばかしくなかった。しかし、インフレ率の 1 年目だけは、予測値と実際値が近い値になった。

stochastic シミュレーションによる予測は deterministic シミュレーションによる予測に比べて、理論に整合的であった。しかし、予測力の観点からは、特に有力とは言えない。

14 年 4 月の消費税率引き上げの予測として、産出量は 1 年目に 0.345% の押し下げ効果を受けるが、2 年目以降はその効果は小さい。利子率はマイナス 0.263% が 1 年目に見込まれ、2 年目以降は一桁ずつ小さくなる。インフレ率は、0.081% のデフレが予測された。ただし、本稿の New IS-LM モデルはインフレターゲットは考慮されていない。

ここで、本稿の構成について述べておこう。次節では、先行研究について簡単に触れる。3 節では、本稿で用いた DSGE モデルの一つである New IS-LM モデルを簡単に紹介する。4 節では、消費税率引き上げをどのようにモデルに取り込むかを示した上で、1989 年消費税導入、1997 年の消費税率引き上げという歴史的イベントを用いて、本稿のモデルの予測力を評価する。5 節では 2014 年消費税率引き上げの経済効果を予測している。そして、最終 6 節では、本稿の限界を示した上で、今後の研究の方向性について言及している。なお、付録 A に New IS-LM モデルの詳細な導出方法を、付録 B にシミュレーションで使用した mod ファイルを掲載している。

2 先行研究レビュー

消費税がマクロ経済に与える影響を分析する枠組みとしては、伝統的には IS-LM モデルが使われてきた。しかし、古典的な IS-LM モデルにはミクロ的な基礎付けがないという批判が高まり [Lucas(1978)]、新古典派的なモデル分析による分析が支配的になっていった。ところが、新古典派モデルでは、長期的な均衡解である定常状態についての定性的な分析を行うために、消費税の導入にともなう具体的な経済への影響などという、優れて実際的な分析にはなじまない。この種の問題に対して、有効なモデルが DSGE モデルである。DSGE モデルは新古典派経済モデルと同様にミクロ的基礎付けが行われている。しかし、新古典派経済モデルと異なり、物価が瞬時に調整されない点がポイントである。物価が瞬時に調整される新古典派経済モデルであれば、金融政策により貨幣供給量が増加することによって物価のみが変化し、国内総生産といった実物経済には影響を与えない。しかし、物価が瞬時に調整されないモデルにおいては、金融政策による貨幣供給量の変化が実物経済に影響を与えることになる。

DSGE モデルでは物価が瞬時には調整されないようにするために Calvo(1983) や Rotemberg(1982) などの価格設定メカニズムを入れている。例えば、Calvo(1983) ではある一定の企業は価格を変更できるが、他の企業は価格を変更できないと仮定したモデルにおいて、物価の変化について考察を行っている。完全競争モデルでは各企業はプライステイカーとして行動するため、自ら価格を設定することはできない。そのため、企業が価格を設定できるようにするため、すなわちプライスメイカーとして行動できるようにするために、Dixit-Stiglitz 型の独占的競争モデルを考慮することになる。また、Rotemberg(1982)

は、各企業は価格を変更することは可能だが、価格の変更のためには調整コストがかかる
と仮定した上で、物価の変化について考察を行っている。このように物価が瞬時に調整さ
れないメカニズムを考慮することにより、DSGE モデルは、新古典派経済モデルとは異な
り、金融政策が実物経済に与える影響の分析を行うことができるモデルとなっている。本
稿は、このような DSGE モデルを財政政策の分析に応用することを目指している。

我が国の DSGE モデルによる実証分析の歴史は短い。まず、加藤(2007)によって、初め
て、DSGE モデルが本格的に日本に紹介された。続いて、矢野 (2008) は、DYNARE (DSGE
モデルの推定、シミュレーション、予測等を行う PC 上のプラットフォーム) を用いて、モ
デル分析する手法を紹介した。Iwata(2009)は、MCMC によって推定された中規模の日本
経済 DSGE モデルを用いて、財政当局の支出ショックに対する経済の変動が、財政当局の
資金調達の方法によって影響を受けることが示されている。江口(2011)も同様のモデルを使
って、公共投資の波及効果の分析を行った。Sakuragawa and Hosono (2011)は、低金利と
低成長を特徴とする我が国経済を条件として、財政の持続可能性を探った。財政政策から
は離れるが、土居(2010)は、法人税の帰着問題を、カリブレーションされた DSGE モデル
によって実証分析している。

以上のように、DSGE モデルを用いた我が国の実証分析の歴史は浅く、分析例そのもの
が少ない。また、DSGE モデルの移植に傾注されているために、MCMC 推定された DSGE
モデルの性能の評価にウェイトが置かれた研究は筆者らが知る限り、存在しない。本稿は
そのような現況に鑑み、DSGE モデルの一つである、New IS-LM モデルを MCMC 推定し、
消費税率の引き上げというエポックメイキングな事象を利用して、DSGE モデルの適用可
能性を探るとともに、消費税率引き上げの影響を予測するものである。

3 New IS-LM モデル¹

本節では、本稿で用いられる New IS-LM モデルの解説を行う。New IS-LM モデルは
DSGE モデルの一例であり、DSGE モデル全般を理解するのに、大変都合の良いモデルで
ある。以下に述べる New IS-LM モデルの仮定、導出、解法は全ての DSGE モデルにほぼ
共通している。

New IS-LM モデルが想定する経済には、家計と企業が存在しており、家計が以下のよう
な効用関数を持っていると考える。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{m_t^{1-\mu}}{1-\mu} - \frac{l_t^{1+\lambda}}{1+\lambda} \right)$$

ここで、 c_t 、 m_t 、 l_t はそれぞれ、実質消費、実質貨幣量、労働供給量であり、 β は割引率

¹ 本節は加藤 (2007) に依るところが大きい。

($0 < \beta < 1$), θ , μ および λ は, 相対的危険回避度を示すパラメータ ($0 < \theta < 1$, $0 < \mu < 1$, $0 < \lambda$), である. 次に, 家計の予算制約式は次のように与えられる.

$$m_t + b_t + (1 + \tau_t)c_t = \frac{1}{1 + \pi_t} \{(1 + i_{t-1})b_{t-1} + m_{t-1} + \varphi_{t-1}\} + w_t l_t$$

ここで, b_t , i_{t-1} , φ_{t-1} , w_t , π_t , はそれぞれ, 実質債券, 名目利子率, 実質企業利益, 実質賃金およびインフレ率である. なお, 家計は企業を所有しており, 企業の得た利潤を得ることができる想定する. また, τ_t は消費税率を表す. 得られた消費税収の用途は考慮しない. 以上の予算制約式の下で, 効用関数を, b_t および c_t について最大化する. さらに, 閉鎖経済で, 投資, 政府支出が存在しない場合は, 財市場の均衡式より, $y_t = c_t$ (ただし, y_t は産出量) であるから, 次式を得る.

$$y_t^{-\theta} = \beta E_t \left(\frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}} \right) y_{t+1}^{-\theta} \quad (1)$$

これを, 定常解近傍で対数線形近似を行うと,

$$\tilde{y}_t = E_t \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\theta} (\tilde{i}_t - E_t \tilde{\pi}_{t+1}) \quad (2)$$

を得る. なお, \tilde{y}_t は定常解からの変化率を, \tilde{i}_t および $\tilde{\pi}_{t+1}$ は定常解からの差を表す. (2) 式は, Expectational IS 曲線と呼ばれている.

次に, 企業の最適化を考える. まず, 生産関数は次のようである.

$$y_{it} = z_t n_{it}$$

ここで, z_t , n_{it} はそれぞれ, 技術水準, 労働投入量である. ちなみに, i は第 i 企業を示す. モデル経済においては, 独占的競争が発生しており, 一定割合 ρ の企業は Calvo 型の粘着価格モデルによってプライシングし², 費用を最小化する. こうして得られる労働需要関数と家計の労働に関する最適化から得られる労働供給関数とを連立させて解くと, 次式が得られる.

$$\ln(1 + \pi_t) = E_t \ln(1 + \pi_{t+1}) + \frac{\rho^2(\lambda + \theta)}{1 - \rho} \ln y_t + \frac{\rho^2}{1 - \rho} \ln \left(\frac{\eta}{\eta - 1} \right) \quad (3)$$

² Calvo 型の粘着価格モデルでは, なんらかの理由で, 価格変更を行うことができない企業が一定割合 $(1 - \rho)$ 存在すると仮定している.

$$-\frac{\rho^2(1+\lambda)}{1-\rho} \ln z_t + \frac{\rho^2}{1-\rho} \ln(1+\tau_t)$$

ここで、 η について若干の解説が必要である。New IS-LM モデルでは、家計は独占的競争市場で生産された消費財を消費するわけであるが、各消費財の代替の弾力性を考慮する必要がある。この代替の弾力性を η で表す。

さて、(3)式を対数線形近似することにより、次式を得る。

$$\tilde{\pi}_t = E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\rho^2(\lambda + \theta)}{1-\rho} \tilde{y}_t \quad (4)$$

この式を、NKPC(New Keynesian Philips Curve)と呼ぶ。New IS-LM モデルとは、Expectational IS 曲線(3)式およびNKPC(4)式とに加えて、以下のようなテーラールールで、モデルを完結させるものである。

$$\tilde{i}_t = \omega \tilde{i}_{t-1} + (1-\omega)\{\phi_1 E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \phi_2 \tilde{y}_t\} \quad (5)$$

このようにして、作られた(2)、(4)、(5)式から成る New IS-LM モデルは、付録 A のような手法によって、バックワード・ルッキングな形に変形できる。そうして、このバックワード・ルッキングモデルによって、様々なシミュレーション、予測等を行うことができるようになるわけである。

ところで、New IS-LM モデルのパラメータ値はどのように与えられるのであろうか。伝統的には、パラメータ値はカリブレーションという手法を用いて計算されていた。しかしながら、近年では、カリブレーションの恣意性を排除するために、ベイズ推定の一環である MCMC 法を用いた手法が用いられるようになってきている。この手法の詳細は伊庭他(2005)を参照されたい。

実際的な観点からすると、New IS-LM モデルによる分析を行うに当たって、パラメータの推定、バックワード・ルッキング形式の導出、シミュレーションと言った作業は、Dynare によって、ほぼ自動化することができる。本稿で使用された、Dynare コードは、付録 B に掲載している。

4 分析のための枠組みとモデルの評価

4-1 消費税増税の DSGE モデルへの取り込み方

(3)式を定常解で解くと、

$$y = \left\{ (1 + \tau_t) \frac{\eta}{\eta - 1} \right\}^{-\frac{1}{\lambda + \theta}}$$

である。NKPC, (4)式より、

$$\kappa \equiv \frac{\rho^2(\lambda + \theta)}{1 - \rho}$$

は推定可能であるから、もし、 ρ および η がカリブレーションによって求められていれば³,

$$y = \left\{ (1 + \tau_t) \frac{\hat{\eta}}{\hat{\eta} - 1} \right\}^{-\frac{1}{\hat{\kappa} \frac{1 - \rho}{\rho^2}}} = y(\tau_t) \quad (6)$$

によって、 y の定常解が求められる。そこで、たとえば、消費税 5%から 8%への変更は、 y の変化率として、次のように考えることができよう。

$$\frac{y(\tau_t) - y(\tau_{t-1})}{y(\tau_{t-1})} = \frac{y(8\%) - y(5\%)}{y(5\%)} \quad (7)$$

この値は、一般的にはマイナスになる。そのメカニズムは以下のようなものである。すなわち、このモデルでは、消費税率が上昇することによって、余暇の価格が相対的に低くなる（余暇の機会費用が小さくなる）。すると、家計は余暇を多く選択し、労働供給量を減らす。その結果、国内総生産も減少するのである。

こうして得られた産出量の変化率を **Expectational IS** 曲線における一時的なショックとして、モデルに与えることにより、消費税率の変化が経済に与える影響を追うことにする。ここで、消費税率の変化をパーマネントショックではなく、一時的なショックとして、モデルに取り込んだ理由について一言しておこう。もし、消費税率の変化をパーマネントショックとしてモデルに与えるならば、シミュレーションの結果得られる値は、古い定常解から新しい定常解への遷移を含んだものになってしまう。それにたいして、原系列に **HP** フィルタをかけてトレンド除去された実際値は、定常解からの変化率を表すから、両者は概念的に異なったものになってしまう。一方、消費税率の変化を一時的なショックと見なせば、それによって得られるシミュレーション結果は、定常解からの変化率であるから、実際値と概念的に同じものとなるので比較可能である。これが、消費税率の変化を一時的なショックとして本稿で扱った理由である。もとより、消費税率の変化はパーマネントシ

³ なお、本稿では、江口(2011)を参考にして、 $\beta=0.99$, $\rho=0.25$, および $\eta=11$ とした。

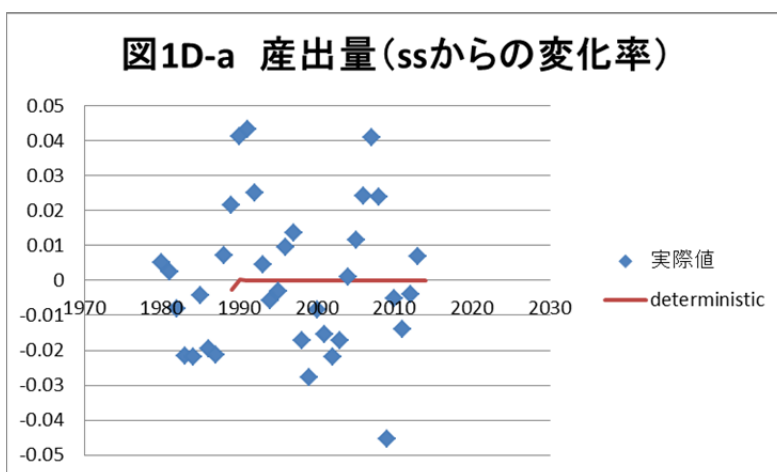
ショックと見なさなければならぬものであるが、本稿ではデータとの比較の概念的な整合性を優先させることにした。

次節以降では、第1に、1989年の消費税導入の効果をモデルでシミュレートし、実際値と比較する。第2に、1997年の消費税率の引き上げ（3%から5%）の経済的帰結を、同様に、シミュレートし、モデルの性能を検討する。最後に、2014年4月の消費税率引き上げがもたらす経済的变化を予測することにする。

なお、3つのシミュレーションに使われたモデルのパラメータは、1981年から消費税制変更前年までのデータを使って、MCMC推定している。また、各年のシミュレーションにおいて、deterministicなシミュレーションとstochasticなシミュレーションを同時に行い、その比較も行うことにする。パラメータの推定、および、2つのシミュレーションに対応するDynareのmodファイルは付録Bに掲載した。参考にされたい。

4-2 1989年消費税導入（3%）によるモデルの評価

1989年4月の消費税導入によって、(6)式を元に計算される産出量のショックは、 -0.005291 であった。これをdeterministicなモデルによって、シミュレートした結果が図1D-aから図1D-cである。



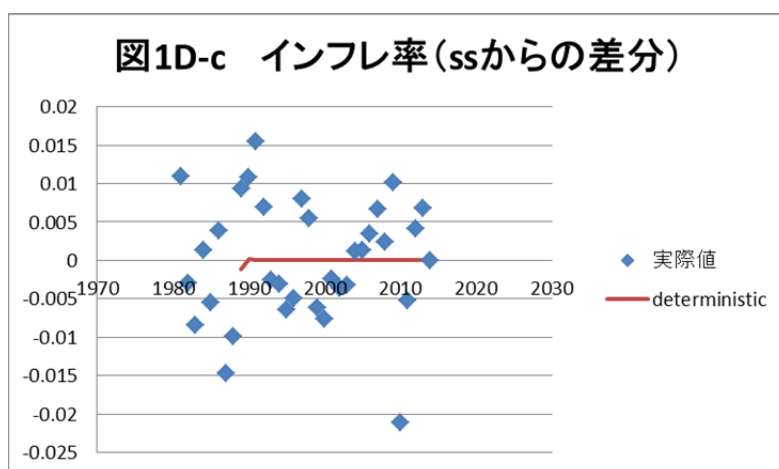
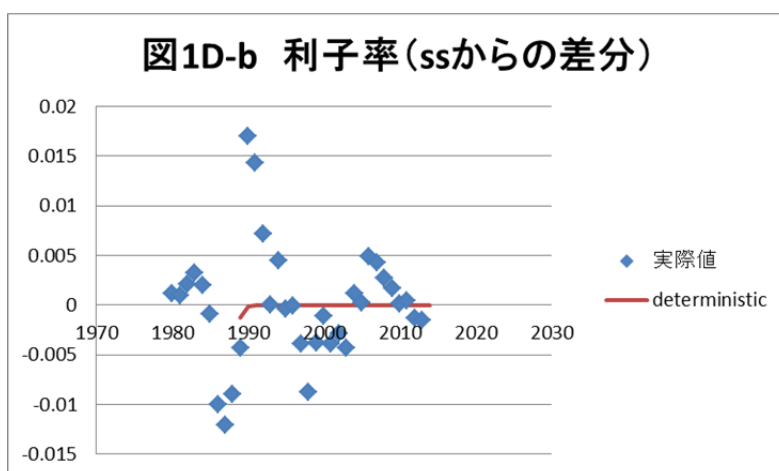


図 1D-a を見ると、産出量の予測値は 1989 年に -0.00278 の低下を示すが、翌年には $+0.00265$ となり、3 年目からは、ほぼ 0 の近傍に収束していることがわかる。すなわち、消費税の導入に伴う、景気へのマイナス効果は 3 年目にはほぼなくなるというわけである。これに対して、産出量の変化率の実際値は消費税導入後、数年にわたって、プラスである。これは、89 年消費税導入にともなう景気抑制効果が、思いの外小さく、その他の正のショックの方が大きかったことを示している⁴。また、実際値の分散は予測値の分散に比べて、かなり大きい。消費税の導入が経済に与える影響が大きいと前提すれば、予測値はかなり控えめな変動しか与えていないと言えることができる。

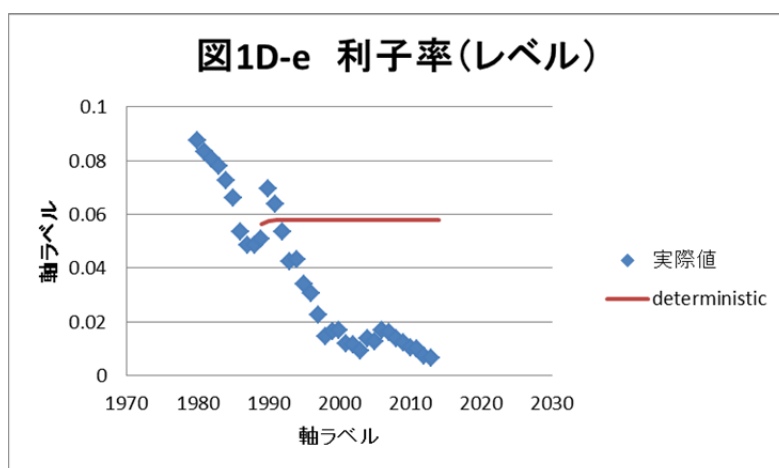
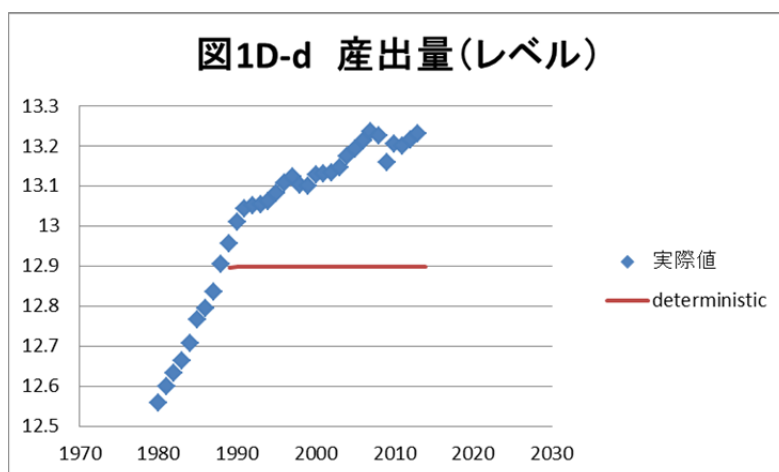
図 1D-b は利子率の変化を示したものである。利子率の予測値は 1 年目に -0.00129 、2 年目に -0.00014 となり、マイナスの値を保ったまま、以後急速に 0 に収束していく。テーラールールによれば、産出量の低下は利子率の低下に直結するので、この予測値はそれを表している。実際値は 1 年目が -0.00428 であるから、予測値の符号は整合的である。しかし、その大きさは 3 分の 1 程度であり、ここでも、予測値の変動は実際値の変動よりも小さめである。2 から 5 年目にかけては、実際値はプラスに転じているのに対して、予測値はマイ

⁴ この時期は、バブルの時期と重なっている。バブルを明示的にとらえるには、モデルの改良が必要であろう。

ナスの 0 の近傍にあるので、符号の誤りだけでなく、その大きさも実際値を再現しているとは言えまい。

最後に、インフレ率については、図 1D-c をご覧いただきたい。インフレ率の予測値は 1 年目に-0.00113 であるが、2 年目には、逆に+0.000135 となり、その後、プラスの領域にとどまりながら、急速に 0 に収束する。これは、産出量の変動が NKPC を通じて、直接にインフレ率に伝わっていることを表す。一方、実際値は 1 年目から 4 年目まで、一貫してプラスであるから、1 年目を除いて、符号は整合的である。また、予測値の変動と実際値の変動とを比べて見ると、予測値は実際値の変動の大きさをとらえ切れていないようである。

次に、1988 年のトレンドの実際値を起点にして、レベルについての多期間予測を行った結果を図 1D-d から図 1D-f に示す。



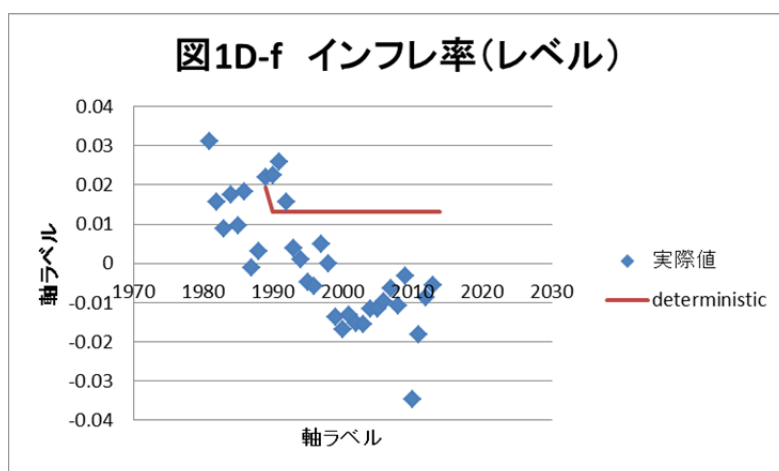
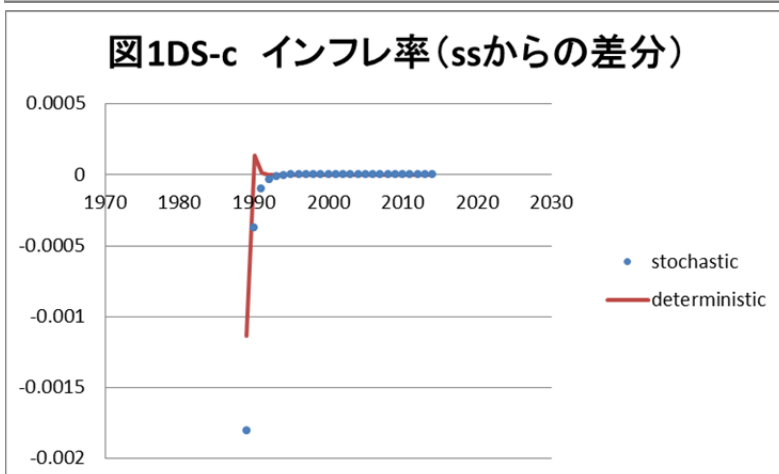
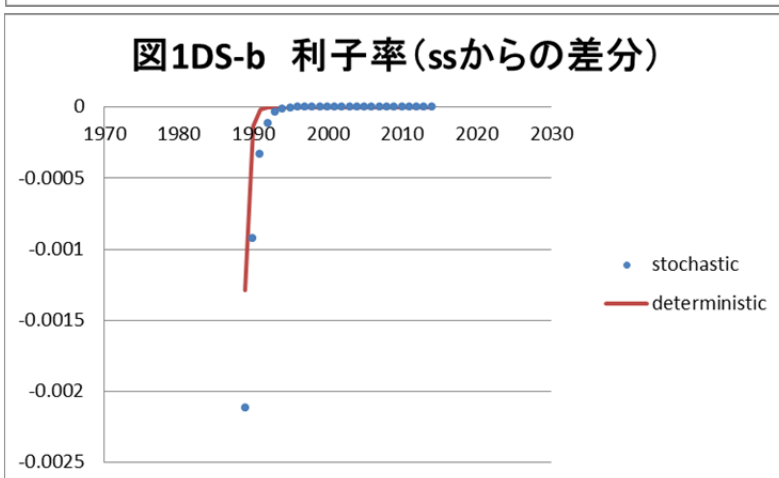
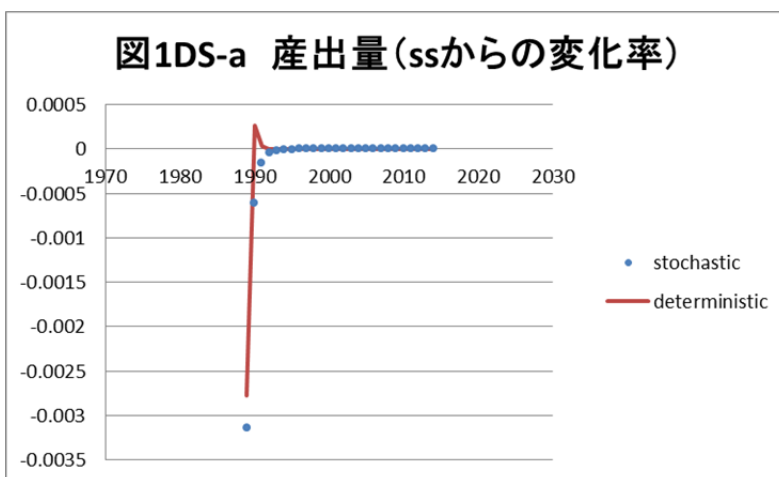


図 1D-d の産出量を見ると、予測値と実際値の乖離は著しい。これは、産出量にトレンドが存在するためであるから、当然の結果でもある。図 1D-e の利子率を見ると、1 年目の予測値は実際値をよくとらえている。2 年目から 3 年目にかけては、88 年をベースにすれば、実際値はプラス側に上昇しているの、その意味で予測値の上昇は、これをとらえているとすることができる。しかしながら、4 年目以降の歴史的な金利低下は、当然のことながら、とらえられていない。最後に、図 1D-f のインフレ率を見よう。ここで、1 年目の予測値については、注意が必要である。モデルによる予測値は定常解からの偏差であるが、1 年目すなわち 1989 年には消費税率 3% で消費税が導入されている。これは、88 年の段階で確定していることであるから、レベルの予測にはこれを反映するべきである。一方、価格を自由に設定できる企業の割合は 0.25 としているので、 0.03×0.25 の値だけを、レベルの予測値に上乘せすることにした。こうすることによって、89 年の予測インフレ率は実際値とよく符合する結果となった。ただし、2 年目以降、90 年から 92 年まで、実際値は予測値を上回っている。それに対して、予測値は急速に 88 年ベースに収束しているの、予測値の変動は実際値の変動に比べて、ここでも小さいことが分かる。

次に、stochastic なシミュレーションを見てみよう。これと、実際値との比較は、deterministic なシミュレーションと実際値との比較とほぼ同じなので、stochastic なシミュレーションと deterministic なシミュレーションの比較を図 1DS-a から図 1DS-c に示した。

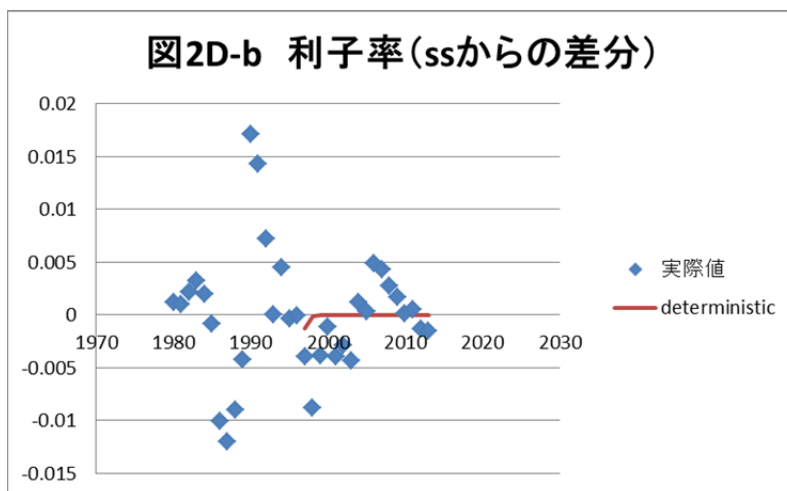
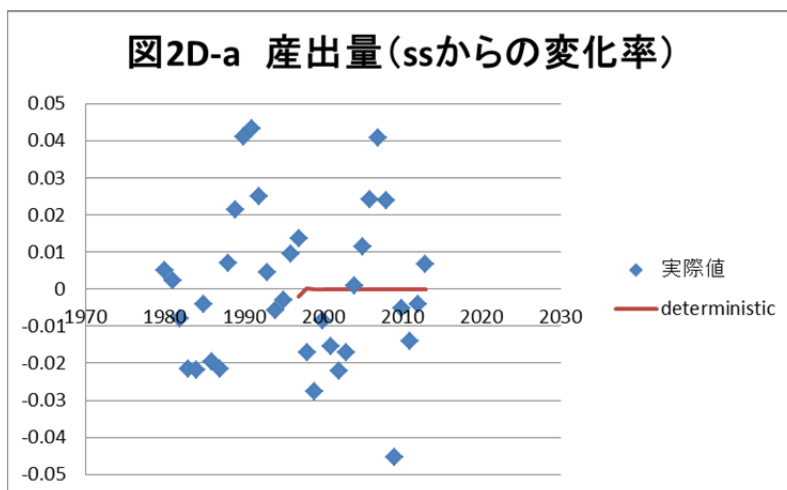


産出量とインフレ率において、**deterministic**なシミュレーションは1年目にマイナスであるが、2年目にプラスに転じ、プラスの領域のまま0に収束していたのに対して、**stochastic**シミュレーションでは1年目にそれぞれマイナスになり、その後、マイナスの領域で、0に収束している。これは、二つのシミュレーションの比較において極めて特徴的な点である。しかしながら、このような相違は利子率においては見られない。また、産出量、利子率、インフレ率の全てにおいて、**stochastic**シミュレーションの値は**deterministic**なシミュレ

ーションの値と比べて、絶対値で大きい。すなわち、stochastic シミュレーションの値の変動の方が大きいことが分かる。全体的に stochastic シミュレーションの方が経済理論に整合的であるように見える。しかし、予測の観点では、stochastic シミュレーションと deterministic なシミュレーションに決定的な違いは見られない。

4-3 1997年消費税率引き上げ（3%→5%）によるモデルの評価

さて、1997年には、すでに施行されている消費税の税率3%が5%に変更された。2014年の消費税率引き上げも、5%から8%へのそれであるから、その意味で、両者は同じ性格を持つ税制改正である。97年の税制改正を New IS-LM モデルで分析するとどのようなことが分かるのであろうか。まず、図 2D-a から図 2D-c までに、deterministic なシミュレーションの結果を示した。なお、産出量へのショックの大きさは、 -0.004532 であった。



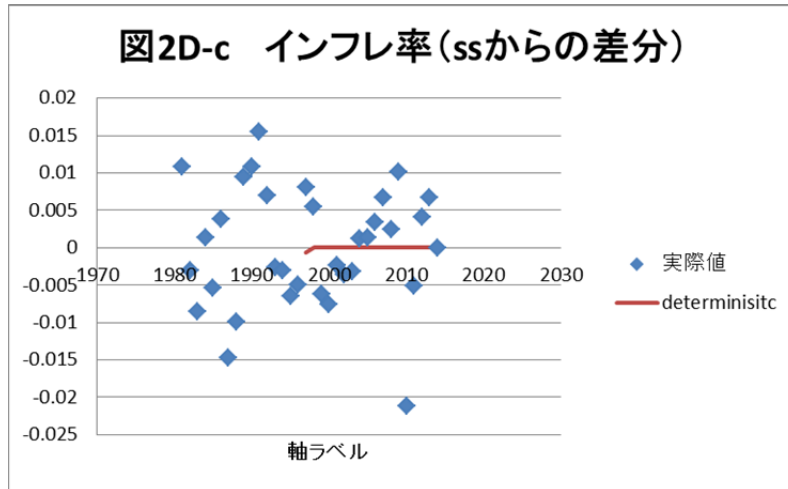
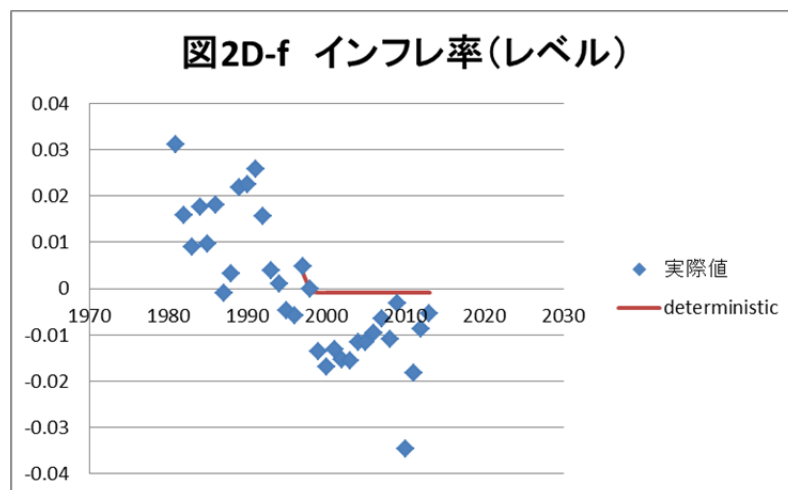
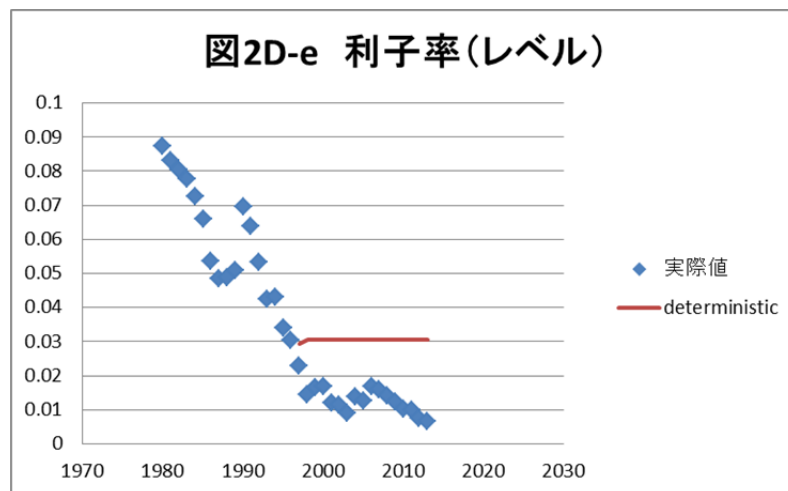
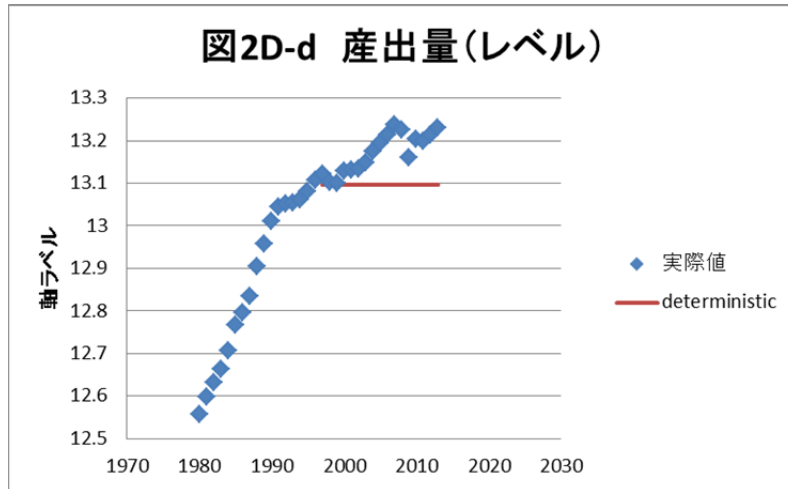


図 2D-a の産出量を見ると、実際値は 97 年にプラス、98 年にマイナスであり、予測値の動きは、そのちょうど、逆になっていることがわかる。予測値が 1 年目マイナス、2 年目プラスになり、その後、プラスの領域で、急速に 0 に収束していくのは、89 年税制改正の分析の結果と同じである。また、全体的に、実査値の方が、予測値よりも変動が大きいことも、共通している。

図 2D-b の利子率の予測値は 1 年目に大きくマイナスの値をとり、2 年目以降、マイナスの領域のまま、0 に収束している。この定性的な傾向は 89 年のそれと全く同じである。実際値の方は、1 年目から 7 年目までマイナスであるから、予測値の符号は合致している。予測値の変動が実際値の変動よりも小さいのは、89 年と同じである。ただし、産出量の変動における、予測値と実際値の差ほどではない。

図 2D-c のインフレ率の予測値は、産出量と同じような傾向を示している。すなわち、1 年目に大きくマイナスの値をとり、2 年目にプラスに転じる。その後、プラスの領域で、0 に収束していくというものである。予測値の変動は、実際値の変動よりもかなり小さい。これは、89 年と同じである。実際値は 1 年目プラス、2 年目もプラスであるから、予測値の動きとは、1 年目が整合的でなく、2 年目が整合的ということになる。

次に、図 2D-d から図 2D-f までに、レベルの予測を掲げた。



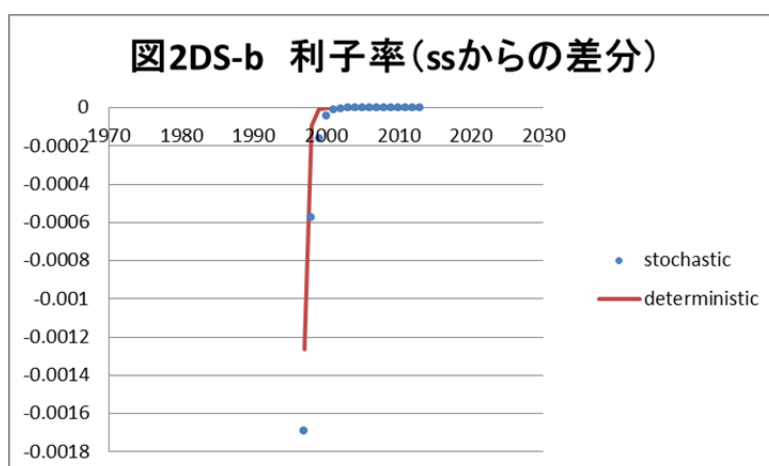
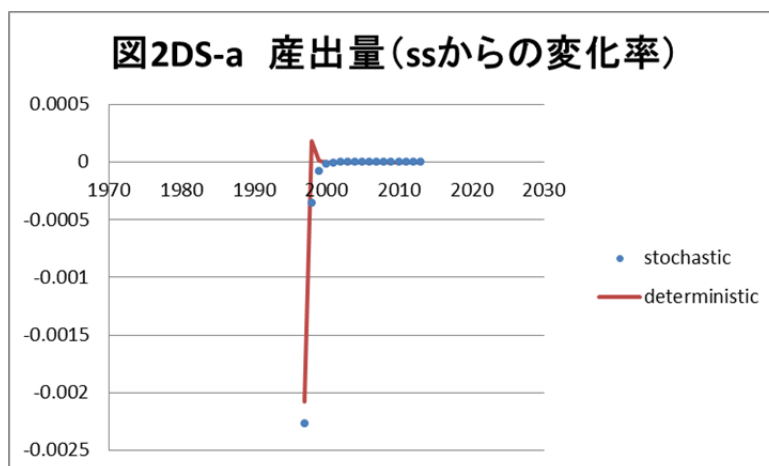
産出量については、99年までの予測はかなり実際値に合致している。97年の消費税率引き

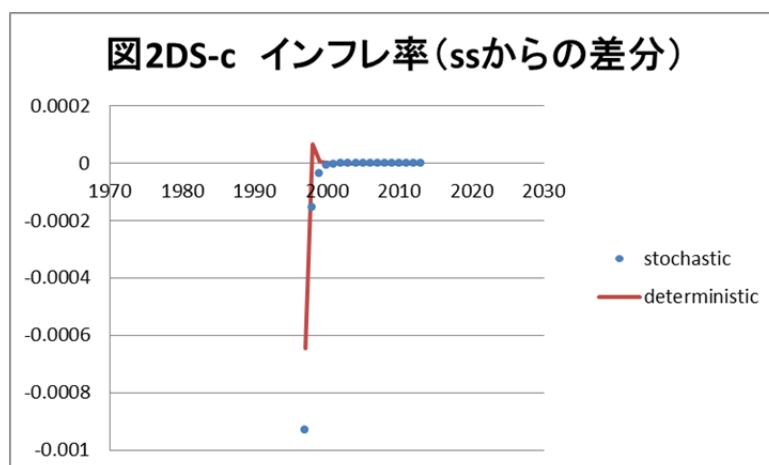
上げによって、トレンドが水平になったと解釈できるのであれば、これは、素直に、モデルの性能を評価してよかろう。ただし、89年の消費税導入にあたって、モデルによる予測が実際値から大きく乖離していることからすれば、即断は禁物であろう。

利率（図2D-e）は、実際値が97年以降、2%から1%の間に下降したのに対して、予測値は3%にとどまったままである。当然ではあるが、New IS-LMモデルによる予測は、歴史的な低金利を再現できていない。

図2D-fのインフレ率を見てみよう。1年目の予測にあたって、 0.02×0.25 の上乗せを行ったのは、89年のシミュレーションと同じである。1年目のあてはまりは極めてよい。また、今回は、2年目も正確に予測できている。3年目以降の予測の乖離は、歴史的なデフレトレンドのためであると見て良かろう。

最後に、前節と同じように、deterministicなシミュレーションとstochasticなシミュレーションとの比較を行って、本節を閉じたい。図2DS-aから図2DS-cをご覧いただきたい。





deterministic なシミュレーションは、産出量とインフレ率において、1年目はマイナス、2年目はプラスとなり、その後、プラスの領域で0に収束していくという事象が89年の消費税導入の分析で見られた。図2DS-a から図2DS-c を見ると、stochastic なシミュレーションでは、産出量、インフレ率とも、1年目マイナスであり、その後もマイナスの領域にあって、0に収束しており、deterministic なシミュレーションよりも自然に見える。これは、89年の分析でも見られたことである。また、stochastic なシミュレーションの変動の方が deterministic なシミュレーションのそれよりも、大きいことも、89年の場合と同じである。89年モデルと97年モデルとは、パラメータの大きさは異なっても、同じような性質を持っていると言ってよいであろう。

以上の分析をここで小括しておこう。まず、定常解からの変化率については、産出量の1年目のマイナス予測は、実際値では見られない。2年目以降の予測値はプラス領域で急速に0に収束する。これに対して、実際値は89年ではプラスに97年ではマイナスに観測されており、結果が割れた。利率は両年とも、1年目の予測値はマイナスで実際値と整合的になった。2年目以降は実際値が89年でプラス、97年でマイナスとなり、97年は、少なくとも予測値と負号が合致している。インフレ率は1年目の予測はマイナスであるが、実際値は両年ともプラスであった。2年目以降の数年間について見ると、予測値は正の領域で0に収束していくが、これと符号するのは89年であって、97年はどちらかと言えば、逆である。また、全体的に言って、予測値の変動は実際値の変動よりもかなり小さい。これは、実際値が、消費税率導入・引き上げ以外のショックに支配されているからであろうか。

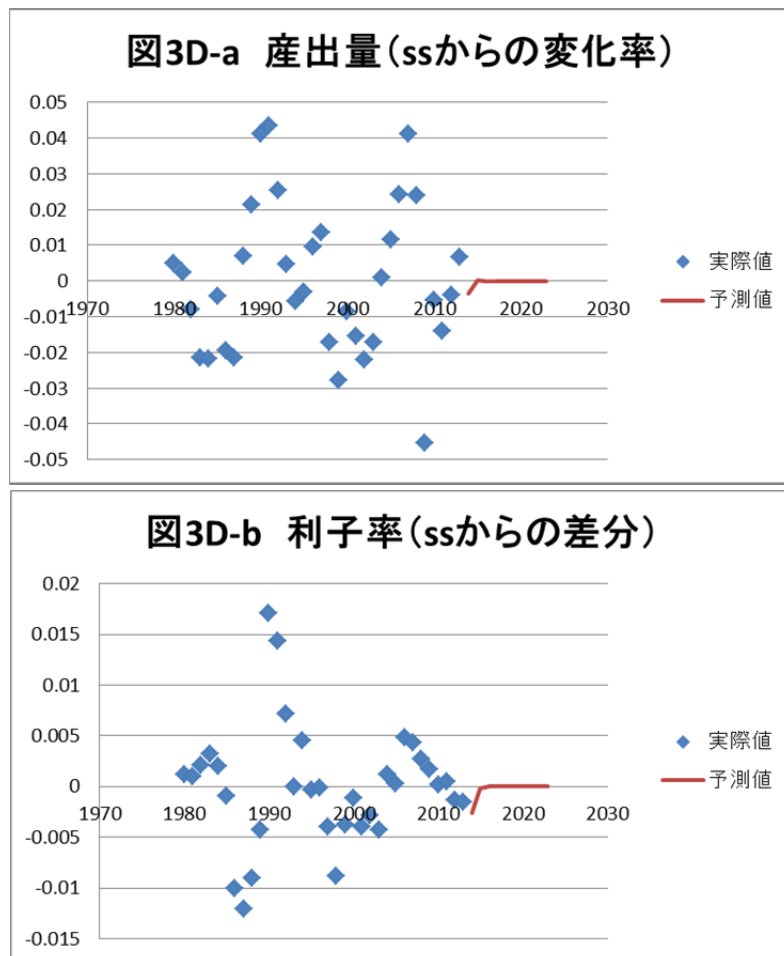
レベルについてもまとめておこう。産出量、利率については、89年以降、および、97年以降ともトレンドの影響が大きかったので、予測値は実際値と大きく乖離している。他方、インフレ率については、両年とも、1年目の予測値はかなり正確であった。2年目以降のトレンドを再現できていないのは、New IS-LM モデルの特性上やむを得まい。

stochastic と deterministic シミュレーションを比較すると、前者は後者よりもわずかに、変動が大きく出ている。また、産出量、インフレ率では、前者の方が後者よりも理論に整合的である。しかし、実際値との比較では、前者が後者よりも優れているとは断定できない

い.

5 2014年消費税率引き上げ（5%→8%）による日本経済への影響の予測

本節では、いよいよ、本年4月1日に実施される消費税率引き上げが経済に与える影響の予測を行う。まず、消費税率5%から8%への引き上げの産出量に対するデフレ効果は-0.009186であった。この値をショックとして投入した、**deterministic**なシミュレーションによる予測結果を図3D-aから図3D-cまでに掲げる。



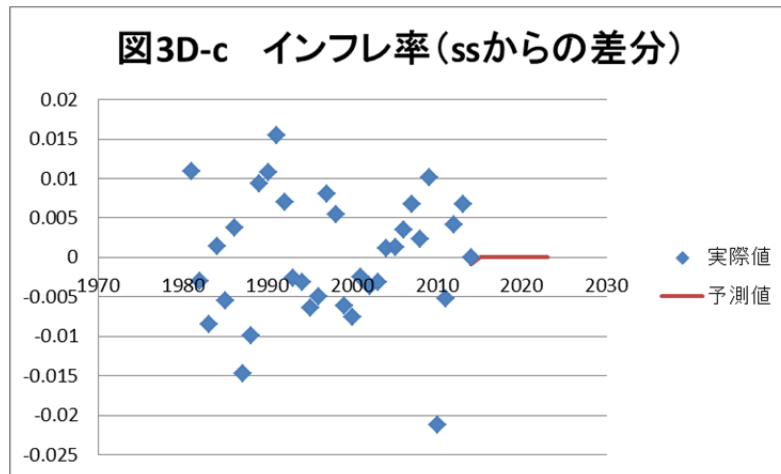
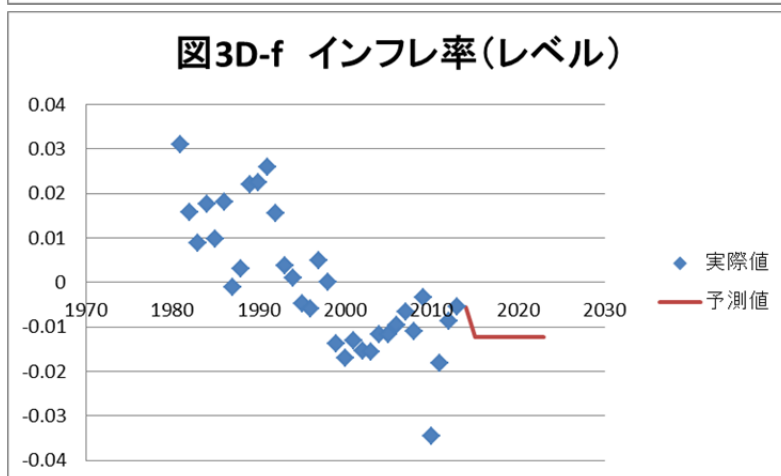
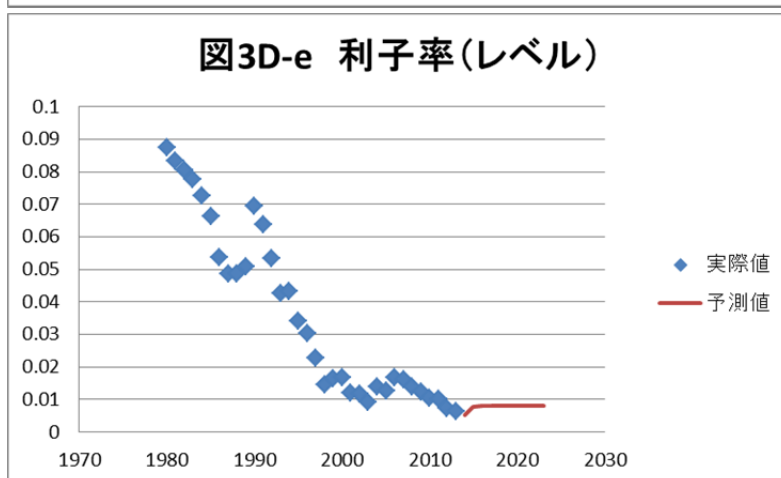
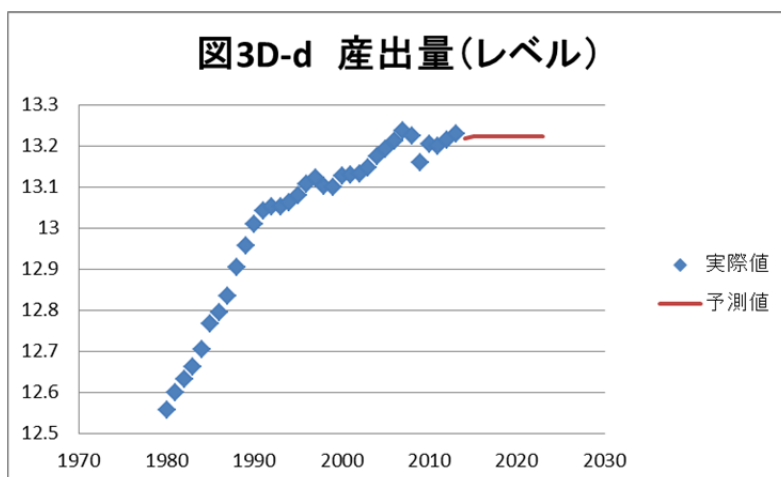


図 3D-a の産出量をみれば、1 年目にマイナス 0.00345 の落ち込みが予想されるが、2 年目にはプラス 0.000279 となる。以後、急速に 0 に収束していくと見られる。つまり、3 年目以降はほぼ、消費税率の負の効果は無視してよいレベルとなる。図 3D-b の利子率を見ると、1 年目マイナス 0.00263 となり、2 年目にはマイナス 0.000128 となる。それ以降も絶対値で 1 桁ずつ小さくなっていく。したがって、消費税導入後 1 年目に 0.26%ポイント程度の利子率の低下が予測される。ちなみに、10 年もの国債市場利回りは 2013 年中平均が 0.7149%であり、2014 年中（1 月から 2 月末まで）のそれは、0.6367%であって、すでに 0.0784%ポイントの低下が見られる。これと比較すると予測値は 4 倍弱ほど大きい。消費税率引き上げ前（現時点は 3 月）であることを考慮すると、比較的、良好な予測結果になるかもしれない。図 3D-c のインフレ率の予測では、1 年目にマイナス 0.000811、2 年目には、プラス 0.0000752 と予測されている。現在、日銀は 2 年で 2%のインフレ目標を設定して大規模な金融緩和を行っていることを考えると、モデルが予測するインフレ率の変動は実際には観測できない程度のもにとどまると言うことができよう。

最後に、これらの予測値を 2013 年のトレンドに乗せたグラフを図 3D-d から図 3D-f に掲げておく。インフレ率予測の 1 年目は、-0.00557 と予測された。日銀によるインフレターゲットはこのモデルに反映されていないが、どのようになるであろうか。興味を持たれるところである。



6 おわりに

本稿では、最も簡単な DSGE モデルである New IS-LM モデルを使って、消費税率引き上げがもたらす、経済的効果を探った。そのために、まず、89年の消費税導入と、97年の

消費税率引き上げに、モデルを適応することにより、モデルの予測力評価を行った。それによると、利子率の1年目の定常解からの階差およびインフレ率の1年目のレベルについて、良好な予測値を得た。しかし、それ以外については、かならずしも満足できる結果を得ることはできなかった。また、モデルによる予測によると、本年4月の消費税率引き上げによって、産出量が0.345%縮小し、利子率が0.263%低下することが見込まれる。さらに、インフレ率は0.081%のデフレが予想される。

ここで、満足な予測力を得ることができなかった理由を考えてみる。その理由として、①モデルが単純すぎる、②消費税率引き上げの経済的影響は言われているほど大きくはない、③トレンドが考慮されていない、などが、考えられよう。①については、実証分析モデルとして高く評価されている、Smets and Wouters(2003)などの適用を次に考えるべきであろう。その際、政府、資本蓄積などをどのように組み込んでいくかが焦点となる。③はモデルによる単なるシミュレーションではなく、予測を目指す上で極めて重要である。なんらかの形で、原系列をデータとして取り込めるモデリングを行う必要がある。②は、より本質的な問題であり、ここでは、指摘だけにとどめておくことにする。

本稿は、我々のDSGEモデルにかかわる共同研究の第1歩として執筆された。また、研究に当たって、北九州市立大学の「平成25年度特別研究推進費」の助成を受けている。謹んで感謝の意を表しておきたい。また、内閣府経済社会総合研究所の難波了一先生には、Dynareについて貴重なコメントをいただいた。記して感謝申し上げたい。

参考文献

- Calvo G. (1983) "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework," *Journal of Monetary Economics* 12, pp.383-398.
- Dynare : <http://www.dynare.org/>
- Iwata, Y.(2009) "Fiscal Policy in an Estimated DSGE Model of the Japanese Economy: Do Non-Ricardian Households Explain All?," ESRI Discussion Paper Series No. 216.
- Lucas, R. E. (1978) "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica*, 46, pp.1429-1445.
- Rotemberg J. (1982) "Sticky Prices in the United States," *Journal of Political Economy* 99, pp.1187-1211.
- Sakuragawa, M. and Hosono, K. (2011) "Fiscal sustainability in Japan," *Journal of the Japanese and International Economies* 25.4, 434-446.
- Smets, F. and Wouters, R. (2003) "An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area," *Journal of the European Economic Association*, September 1(5), 1087-1122.

伊庭幸人他 (2005) 『計算統計Ⅱ マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺』岩波書店
江口允崇(2011) 『動学的一般均衡モデルによる財政政策の分析』三菱経済研究所
加藤 涼(2007) 『現代マクロ経済学講義 動学的一般均衡モデル入門』東洋経済新報社
土居 丈朗(2010) 「法人税の帰着に関する動学的分析」 RIETI Discussion Paper Series
01-J-034.
矢野浩一(2008) 「DYNARE による動学的確率的一般均衡シミュレーション～新ケインズ派
マクロ経済モデルへの応用～」, ESRI Discussion Paper Series No. 203.

付録 A.

1. New IS 曲線の方程式の導出

ラグランジュ関数を次のように設定する.

$$\begin{aligned} L = & E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{m_t^{1-\mu}}{1-\mu} - \frac{l_t^{1+\lambda}}{1+\lambda} \right) \\ & + E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \gamma_t \left(\frac{1}{1+\pi_t} ((1+i_{t-1})b_{t-1} + m_{t-1} + \varphi_{t-1}) + w_t l_t - m_t \right. \\ & \left. - b_t - (1+\tau_t)c_t \right) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

γ_t はラグランジュ乗数である. c_t, c_{t+1}, b_t に関する一階の条件より次の式が得られる.

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = \beta^t c_t^{-\theta} - (1+\tau_t)\gamma_t = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_{t+1}} = \beta^{t+1} E_t c_{t+1}^{-\theta} - (1+\tau_{t+1})E_t \gamma_{t+1} = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_t} = -\gamma_t + E_t \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \gamma_{t+1} = 0 \quad (\text{A.4})$$

(A.2)と(A.3)をそれぞれ γ_t, γ_{t+1} について解き, (A.4)に代入する. そして, 時間を通じて消費税率が一定であるとする($\tau_t = \tau_{t+1} = \tau$), 次の式が得られる.

$$c_t^{-\theta} = \beta E_t \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} c_{t+1}^{-\theta} \quad (\text{A.5})$$

生産されたものは全て消費されるとすると, $y_t = c_t$ より, 次の式が得られる.

$$y_t^{-\theta} = \beta E_t \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} y_{t+1}^{-\theta} \quad (\text{A.6})$$

ここで, 変数 x_t の定常状態での値を x と定義する. ある変数 x_t について対数をとった $\ln x_t$ について, 定常状態の近傍で線形近似を行った場合次の式が得られる.

$$\ln x_t - \ln x = \frac{x_t - x}{x} \quad (\text{A.7})$$

ここで, (A.7)の右辺は定常状態からの成長率を示し, $\hat{x}_t = \frac{x_t - x}{x}$ とする. この時, (A.7)は最

終的には次のように示すことができる。

$$\ln \frac{x_t}{x} = \hat{x}_t \leftrightarrow \frac{x_t}{x} = e^{\hat{x}_t} \quad (\text{A.8})$$

従って、(A.6)は次のように示すことができる。

$$(ye^{\hat{y}_t})^{-\theta} = \beta(1+i)e^{\hat{i}_t}E_t(1+\pi)^{-1}e^{-\hat{\pi}_{t+1}}(ye^{\hat{y}_{t+1}})^{-\theta} \quad (\text{A.9})$$

ここで、定常状態の近傍で $e^{\hat{x}_t}$ を線形近似すると次の式が得られる。

$$e^{-\hat{y}_t} - 1 = -\theta(\hat{y}_t - 0) \rightarrow e^{-\hat{y}_t} = 1 - \theta\hat{y}_t \quad (\text{A.10})$$

$$e^{-\hat{i}_t} - 1 = \hat{i}_t \quad (\text{A.11})$$

$$e^{-\hat{\pi}_{t+1}} - 1 = -\hat{\pi}_{t+1} \quad (\text{A.12})$$

なお、定常状態においては $\hat{x}_t = 0$ であることに注意が必要である。(A.10)~(A.12)を(A.9)に代入することによって次の式が得られる。

$$1 - \theta\hat{y}_t = \frac{\beta(1+i)}{1+\pi}(1 + \hat{i}_t)E_t(1 - \hat{\pi}_{t+1})(1 - \theta\hat{y}_{t+1}) \quad (\text{A.13})$$

ここで、 $\hat{i}_tE_t\hat{\pi}_{t+1}$, $\hat{i}_tE_t\hat{y}_{t+1}$, $E_t\hat{\pi}_{t+1}\hat{y}_{t+1}$, $\hat{i}_tE_t\hat{\pi}_{t+1}\hat{y}_{t+1}$ は値がかなり小さいものとしてゼロとおき、表記を簡単に示すために $\frac{\beta(1+i)}{1+\pi} = 1$ と仮定することによって、次の New IS 曲線の方程式が得られる。

$$\hat{y}_t = E_t\hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\theta}(\hat{i}_t - E_t\hat{\pi}_{t+1}) \quad (\text{A.14})$$

なお、 $\ln(1 + \hat{i}_t) - \ln(1 + i) = \hat{i}_t$ であるが、マクローリン展開を行うことにより、 $\ln(1 + \hat{i}_t) = \hat{i}_t$ となるので、純利子率の差でもある。同様に $\hat{\pi}_{t+1}$ も純インフレ率の差でもある。

2. New ケインジアン Phillips Curve の導出

価格が実態経済に影響をあたえる New Phillips Curve を導出するためには、価格が伸縮的な経済モデルではなく、価格に粘着性があるモデルを作る必要がある。そのために、家計が差別化された消費財を消費し、それに対して企業が供給を行う独占的競争モデルを考える。

独占的競争モデルでは企業は独占度に応じた価格支配力を持つこととなる。この価格を瞬時に調整できないというモデルとするために本稿では Calvo 型の価格調整モデルを考える。Calvo 型の価格調整モデルとは、何らかの外的な要因によって確率的に価格を変更できないという仮定の下で、各企業が将来の価格変更ができない可能性も考慮した上で現在の価格を決めるというモデルである。

それではまず、独占的競争における企業の価格決定について説明を行うが、そのためには、家計における財の需要の決定を示す必要がある。

2.1 財のバラエティーが存在する場合の家計の消費の決定

家計は所得 I の下で消費財 c_{it} を投入要素として、合成消費 C_t を最大化するように行動するとする。合成消費は次のように与えられると仮定する。

$$c = \left(\int_0^1 c_i^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (\text{B.1})$$

予算制約式は $\int_0^1 p_i c_i di = I$ となる。この時、ラグランジュ関数は次のようになる。

$$L = \left(\int_0^1 c_i^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} + \varepsilon \left(I - \int_0^1 p_i c_i di \right) \quad (\text{B.2})$$

ただし ε はラグランジュ乗数である。 c_i に関する一階の条件は次の通りである。

$$\frac{\partial L}{\partial c_i} = \frac{\eta}{\eta-1} \left(\int_0^1 c_i^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} \frac{\eta-1}{\eta} c_i^{\frac{\eta-1}{\eta}-1} - \varepsilon p_i = 0 \leftrightarrow c_i = \frac{c}{\varepsilon^\eta p_i^\eta} \quad (\text{B.3})$$

これを(B.1)に代入する。

$$c = \left(\int_0^1 \left(\frac{1}{\varepsilon^\eta p_i^\eta} \right)^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad c \leftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} = \left(\int_0^1 p_i^{1-\eta} di \right)^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (\text{B.4})$$

これを予算制約式に代入することになるが、ここで注意したいことは $I = p_t C_t$ である。家計は各期の消費 c_t について効用が最大化となるように配分を決定しているが、これは各期の消費に対する総支出額を決めており、すなわち、 $p_t C_t$ を決めていることになる。 $\int_0^1 p_i c_i di$ に(B.3)を代入し、さらに(B.4)を代入すると次が得られる。

$$\int_0^1 p_i c_i di = \int_0^1 p_i^{1-\eta} di \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^\eta c = \frac{1}{\varepsilon} c \quad (\text{B.5})$$

(B.5)が $p_t C_t$ と等しいので物価水準は次のようにして得ることができる。

$$p_t = \left(\int_0^1 p_i^{1-\eta} di \right)^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (\text{B.6})$$

2.2 独占的競争における企業の価格決定

第 i 企業は消費財 c_i を生産する。第 i 企業の設定する価格は次のように示される。生産要素として労働のみ投入される。利潤は次のように示される。

$$\Pi = p_{it} y_{it} - W_t n_{it} = p_{it} y_{it} - W_t \frac{y_{it}}{z_t} \quad (\text{B.7})$$

$y_{it} = c_{it}$ であるが、 c_{it} は家計の第 i 消費財に対する需要量となる。第 i 企業は価格 p_{it} を決めるが、それは家計の第 i 消費財に対する需要量を変化させて利潤に影響を与えることになる。独占的競争ではその影響を考慮して、利潤最大化を達成する価格を決めることになる。この利潤最大化問題を解くためには、家計の第 i 消費財に対する需要を考慮する必要があるが、

これは(B.3)に(B.4)と(B.6)を代入することによって得ることができる。

$$c_{it} = \left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\eta} C_t \quad (\text{B.8})$$

(B.7)に $y_{it} = c_{it}$ と(B.8)を代入することによって、(B.7)の利潤関数は次のようにして示すことができる。

$$\Pi = \left(p_{it} \left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\eta} - \frac{W_t}{z_t} \left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\eta}\right) c_t \quad (\text{B.9})$$

利潤最大化を達成するための p_{it} は次のようにして求められる。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p_{it}} = \left(\left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\eta} - \eta \frac{p_{it}}{p_t} \left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\eta-1} + \eta \frac{W_t}{z_t} \frac{1}{p_t} \left(\frac{p_{it}}{p_t}\right)^{-\eta-1}\right) c_t = 0 \Leftrightarrow \frac{p_{it}}{p_t} = \frac{\eta}{\eta-1} \frac{W_t}{z_t} \quad (\text{B.10})$$

2.3 物価が伸縮的である時の総供給曲線

ここで、 $\frac{W_t}{p_t} = w_t$ であり、小文字の w は大文字の W で示されている名目賃金を物価水準で割った実質賃金を示している。この独占的競争における企業は対称的であるので、各企業は同じ価格を設定し、その結果 $p_{it} = p_t$ が得られる。これを(B.10)に代入することによって以下に示される縦軸を実質賃金、横軸には労働需要量をとった場合の水平な労働需要関数を得られる。

$$w_t = \frac{\eta-1}{\eta} z_t \quad (\text{B.11})$$

次に総供給曲線を導出する。まず、家計の効用最大化問題(A.1)について、 l_t についての一階の条件を求めると次のようになる。

$$\frac{\partial L}{\partial l_t} = -\beta^t l_t^\lambda + \gamma_t w_t = 0 \Leftrightarrow \gamma_t = \frac{\beta^t l_t^\lambda}{w_t} \quad (\text{B.12})$$

(B.12)に(A.2)、(B.11)を代入すると次の式が得られる。

$$y_t^{-\theta} = (1 + \tau_t) \frac{\eta}{\eta-1} \frac{1}{z_t} l_t^\lambda \quad (\text{B.13})$$

ここで、労働市場の均衡式 $n_t = l_t$ と生産関数 $n_t = \frac{y_t}{z_t}$ を代入することによって、物価が伸縮的な場合の総供給曲線が次のように示される。

$$y_t = \left(\frac{\eta-1}{\eta} \frac{1}{1+\tau_t} z_t^{1+\lambda}\right)^{\frac{1}{\theta+\lambda}} \quad (\text{B.14})$$

2.4 Calvo 型の価格の粘着性を考慮した New ケインジアン Philips Curve の導出

Calvo は独占的競争における各企業が各期において何らかの理由で最適な価格になるようには設定できないという仮定を置いている。各企業は最適価格を設定する際に、価格が変更できる確率とできない確率を考慮して、期待価格を設定する。最適価格 p_t^* は(B.10)を満たす

すように次のようにして与えられる。

$$\ln p_t^* = \ln \frac{\eta}{\eta - 1} + \ln w_t - \ln z_t + \ln p_t \quad (\text{B.15})$$

後の計算の都合上、(B.15)は対数で示している。全体の企業のなかで ρ の割合が価格を最適価格に設定することができ、 $1 - \rho$ の割合が価格を最適価格に設定できない場合、これは、 ρ の確率で企業は価格を最適価格に変更することができ、 $1 - \rho$ の確率で企業は最適価格に変更することができないことでもあるが、その場合、企業によって決められる設定価格 x_t は次の通りである。

$$\begin{aligned} \ln x_t &= \rho \ln p_t^* + \rho(1 - \rho) E_t \ln p_t^* + \dots \\ &= \rho \ln p_t^* + (1 - \rho) E_t \ln x_{t+1} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

$\ln \Delta x_{t+1} = \ln x_{t+1} - \ln x_t$ を定義し、(B.15)を(B.16)に代入すると次の式を導出できる。

$$E_t \ln \Delta x_{t+1} = \rho E_t \ln x_{t+1} - \rho \left(\ln \frac{\eta}{\eta - 1} + \ln w_t - \ln z_t + \ln p_t \right) \quad (\text{B.17})$$

一方で、物価水準 p_t は t 期において価格変更ができた企業によって設定された x_t と価格変更できなかった企業が $t-1$ 期に設定していた p_{t-1} の加重平均となるため、次の式が成立する。

$$\ln p_t = \rho \ln x_t + (1 - \rho) \ln p_{t-1} \quad (\text{B.18})$$

$1 + \pi_t = \frac{p_t}{p_{t-1}}$ を考慮するとインフレ率との関係は次のように示すことができる。

$$\rho \ln x_t = \ln(1 + \pi_t) + \rho \ln p_{t-1} \quad (\text{B.19})$$

$$\rho E_t \ln x_t = E_t \ln(1 + \pi_{t+1}) + \rho \ln p_t \quad (\text{B.20})$$

(B.19)と(B.20)の辺々を引くことによって次の式が得られる。

$$\rho E_t \ln \Delta x_{t+1} = E_t \ln(1 + \pi_{t+1}) - (1 - \rho) \ln(1 + \pi_t) \quad (\text{B.21})$$

ここで(B.14)を対数で示すと次のようになる。

$$\ln w_t = (\theta + \lambda) \ln y_t - \lambda \ln z_t + \ln(1 + \tau_t) \quad (\text{B.22})$$

(B.21)と(B.22)を(B.17)に代入することによって次の式が得られる。

$$\begin{aligned} \ln(1 + \pi_t) &= E_t \ln(1 + \pi_{t+1}) \\ &+ \frac{\rho^2}{1 - \rho} \left(\ln \frac{\eta}{\eta - 1} + (\theta + \lambda) \ln y_t - (1 + \lambda) \ln z_t + \ln(1 + \tau_t) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

ここで、定常状態の近傍で対数の線形近似を行うと $\ln x_t = \ln x + \frac{x_t - x}{x} = \ln x + \hat{x}_t$ であり、定常状態では(B.22)が成立することから次のような New ケインジアン Phillips Curve を得ることができる。

$$\hat{\pi}_t = E_t \hat{\pi}_{t+1} + \frac{\rho^2(\theta + \lambda)}{1 - \rho} \quad (\text{B.24})$$

2.5 動学経路の導出

(2)式, (4)式, (5)式を次のように行列で示す.

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\theta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & (1-\omega)\phi_1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t \tilde{y}_{t+1} \\ E_t \tilde{\pi}_{t+1} \\ \tilde{i}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\theta} \\ \frac{\rho^2(\lambda+\theta)}{1-\rho} & 1 & 0 \\ -\phi_2(1-\omega) & 0 & -\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y}_t \\ \tilde{\pi}_t \\ \tilde{i}_{t-1} \end{bmatrix}$$

この式の右辺は次のように示すことができる.

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_t + \frac{1}{\theta} \tilde{i}_{t-1} \\ \frac{\rho^2(\lambda+\theta)}{1-\rho} \tilde{y}_t + \tilde{\pi}_t \\ -\phi_2(1-\omega) \tilde{y}_t - \omega \tilde{i}_{t-1} \end{bmatrix}$$

従って, クラームルの公式を用いると, 次期の変数は今期の変数のみに依存する形として次のように示すことができる.

$$\begin{bmatrix} E_t \tilde{y}_{t+1} \\ E_t \tilde{\pi}_{t+1} \\ \tilde{i}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\rho^2(\lambda+\theta)}{\theta(1-\rho)} & -\frac{1}{\theta} & -\frac{1}{\theta} \\ \frac{\rho^2(\lambda+\theta)}{1-\rho} & 1 & 0 \\ (1-\omega) \left(\phi_2 + \frac{\phi_1 \rho^2(\lambda+\theta)}{1-\rho} \right) & (1-\omega)\phi_1 & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y}_t \\ \tilde{\pi}_t \\ \tilde{i}_{t-1} \end{bmatrix}$$

付録 B.

1 MCMC 推定用 mod ファイル

2014年3月24日 18:30 (newislmmcmc1989.mod)

```
var
  %% Endogenous variables
  pi
  Y
  R

  %% Observed Data
  pi_obs
  Y_obs
  R_obs

  %% Structural Shocks (AR)
  epi
  eY
  eR
;

varexo
  %% Structural Shocks : structural shocks のARのショックはここに入る。
  eupi
  euY
  euR

  %% Measurement Errors
  upi
  uY
  uR
;

// Parameters
parameters beta kap sig rhom phi1 phi2 target rho_pi rho_Y rho_R;
beta = 0.99;

//以下は、1981-1988年までの年次データでmcmc推定した結果
kap = 0.4563 ;
sig = 1.5831 ;
rhom = 0.2275 ;
phi1 = 1.6284 ;
phi2 = 0.6787 ;
rho_pi = 0.2328 ;
rho_Y = 0.3322 ;
rho_R = 0.6580 ;
target = 0 ;

// Model
model(linear):

  pi = beta*pi(+1) + kap*Y + epi ; // New Keynesian Phillips Curve
  Y = Y(+1)-sig*(R-pi(+1)) + eY ; // New Keynesian IS curve
  R = rhom*R(-1) + (1-rhom)*(phi1*pi(+1)-target)+phi2*Y + eR ; // Taylor rule

  %% structural shocks のARのショック
  epi = rho_pi*epi(-1) + eupi ;
  eY = rho_Y*eY(-1) + euY ;
  eR = rho_R*eR(-1) + euR ;

  %% 測定誤差
  pi_obs = pi + upi;
  Y_obs = Y + uY;
  R_obs = R + uR;

end;

estimated_params :

  //beta,      beta_pdf,      0.99,      0.10;
  kap,        beta_pdf,      0.50,      0.25;
  sig,        normal_pdf,    1.50,      0.50;
  rhom,       beta_pdf,      0.50,      0.25;
  phi1,       normal_pdf,    1.50,      0.25;
  phi2,       normal_pdf,    0.50,      0.25;
  // target,   normal_pdf,    0.00,      0.10;

  rho_pi,     beta_pdf,      0.50,      0.25;
  rho_Y,     beta_pdf,      0.50,      0.25;
  rho_R,     beta_pdf,      0.70,      0.1 ;

  %% structural shocks が確率変数であることを示すために必要
  stderr eupi, inv_gamma_pdf, 0.10, inf ;
  stderr euY, inv_gamma_pdf, 0.10, inf ;
  stderr euR, inv_gamma_pdf, 0.10, inf ;

  stderr upi, inv_gamma_pdf, 0.10, inf ;
  stderr uY, inv_gamma_pdf, 0.10, inf ;
  stderr uR, inv_gamma_pdf, 0.10, inf ;
```

```
end ;  
varobs pi_obs Y_obs R_obs ;  
  
estimation(  
  datafile=data_hp_filter1989,  
  mode_check,  
  mh_replic=30000,  
  mh_nblocks=2,  
  mh_drop=0.5,  
  mh_jscale=0.5,  
  bayesian_irf,  
  forecast = 25 );  
  
//shock_decomposition pi_obs Y_obs R_obs;
```

2 Deterministic シミュレーション用 mod ファイル

2014年3月24日 18:31 (newislmmcmc1989_det.mod)

```
var
    %% Endogenous variables
    pi
    Y
    R
;

varexo
    %% Structural Shocks (AR)
    epi
    eY
    eR
;

%% Parameters
parameters beta kap sig rhom phi1 phi2 target rho_pi rho_Y rho_R;

beta = 0.99;

%%以下は、1981-1988年までの年次データでmcmc推定した結果
kap = 0.4563 ;
sig = 1.5831 ;
rhom = 0.2275 ;
phi1 = 1.6284 ;
phi2 = 0.6787 ;
rho_pi = 0.2328 ;
rho_Y = 0.3322 ;
rho_R = 0.6580 ;
target = 0 ;

%% Model
model(linear);
    pi = beta*pi(+1) + kap*Y + epi; %% New Keynesian Phillips Curve
    Y = Y(+1) - sig*(R - pi(+1)) + eY; %% New Keynesian IS curve
    R = rhom*R(-1) + (1-rhom)*(phi1*(pi(+1) - target) + phi2*Y) + eR; %% Taylor rule
end;

initval;
pi = 0 ;
Y = 0 ;
R = 0 ;
end;

steady;
check;

shocks;
var eY ;
periods 1 ;
values -0.005291 ;
end;

simul( periods = 100 );
```


3 Stochastic シミュレーション用 mod ファイル

2014年3月25日 14:57 (newislmmcmc1989_stoc.mod)

```

var
    %% Endogenous variables
    pi
    Y
    R

    %% Structural Shocks (AR)
    epi
    eY
    eR
;

varexo_det
    euY
;

varexo
    %% Structural Shocks : structural shocks のARのショックはここに入る。
    eupi
    eUR
;

%% Parameters
parameters beta kap sig rhom phi1 phi2 target rho_pi rho_Y rho_R;

beta = 0.99;

%%以下は、1981-1988年までの年次データでmcmc推定した結果
kap = 0.4563 ;
sig = 1.5831 ;
rhom = 0.2275 ;
phi1 = 1.6284 ;
phi2 = 0.6787 ;
rho_pi = 0.2328 ;
rho_Y = 0.3322 ;
rho_R = 0.6580 ;
target = 0 ;

%% Model
model(linear);

    pi = beta*pi(+1) + kap*Y + epi; %% New Keynesian Phillips Curve
    Y = Y(+1)-sig*(R-pi(+1)) + eY; %% New Keynesian IS curve
    R = rhom*R(-1) + (1-rhom)*(phi1*(pi(+1)-target)+phi2*Y) + eR; %% Taylor rule

    %% structural shocks のARのショック
    epi = rho_pi*epi(-1) + eupi ;
    eY = rho_Y *eY(-1) + euY ;
    eR = rho_R *eR(-1) + eUR ;

end;

initval;
pi = 0 ;
Y = 0 ;
R = 0 ;
end ;

steady ;
check ;

shocks:
var eupi; stderr 0.0389 ;%% mcmc推定の結果
var eUR ; stderr 0.0361 ;%% mcmc推定の結果

var euY ;
periods 1:1 ;
values -0.005291 ;

end;

stoch_simul( irf=0, order=1 ) ;

forecast( periods=26 ) ;

```

---- 1 ----