The Society for Economic Studies

The University of Kitakyushu

Working Paper Series No.2012-12

(accepted in March 22, 2013)

AD-AS モデルにおける財政政策の厚生分析に関するノート

田中淳平*

北九州市立大学

１．　はじめに

筆者は、田中（2010.a）において財市場における不完全競争を考慮した非ワルラス的な一般均衡モデル（＝一般均衡モデル化された「*AD-AS* モデル」）を用いて期間 t における無駄な（＝家計の効用にも企業の生産性にも寄与しない）政府支出の増加が各世代の家計の効用にいかなる影響を及ぼすかを検討し、（ｉ）支出財源をその期の若年家計（＝世代 t）への一括税で賄う場合、その期の若年・老年（＝世代 $t-1$）双方の家計の効用を悪化させること、（ii）支出財源をその期の若年家計からの借金で賄い、その借金を次の期の若年家計（＝世代 $t+1$）への一括税で返済する場合、世代 t の効用は上昇するものの、世代 $t-1$ と世代 $t+1$ の効用は低下すること、を明らかにした。ただ、そこでは各世代の家計は次世代への遺産動機を持たず、老年期に利用可能な所得をすべてその期の消費に充てるという想

* 〒802-8577 北九州市小倉南区北方 4-2-1 （E-mail: j-tanaka@kitakyu-u.ac.jp）

定で分析が行われていた。本稿ではその仮定を修正し、各世代の家計は次世代に遺産を残すことが自分自身の効用の上昇につながる（＝自分の効用関数の中に若年期・老年期の消費に加えて次世代への遺産額も含まれる）ような状況を想定して上の 2 つの結論が変化するかどうかを再検討する。そして、そのような拡張によって上の 2 つの結論は変化しないことを明らかにする。すでに財市場と労働市場の両方が固定価格的な非ワルラスモデルにおいてそのような拡張が財政政策の厚生効果に影響しないということが田中（2010.b）で示されているので本稿の結論はさほど驚くべきものではないが、この作業によって田中（2010.a）で明らかにされた *AD-AS* モデルにおける財政政策の厚生効果に関する主要の結論が一定の頑強性を有していることを確認できた点で一定の意義があると言える。

２． 分析

以下で検討するモデルは、田中（2010.a）に遺産動機を導入したものであるから、モデルの基本設定および議論の手順は田中（2010.a）のそれとほとんど同じであるが、読者が当該論文を参照する手間を省くためにモデル最初から設定を詳しく説明する。

離散時間の世代重複的な閉鎖経済を想定する。各世代の家計数は 1 で固定され、時間を通じて変化しないものとする。各家計は若年期と老年期の 2 期間生き、期間 t に若年期を過ごす世代を世代 t と呼ぶことにする。この経済には $i \in [0,1]$ 種類の差別化された消費財が存在し、第 i 種類の消費財は第 i 企業によって独占的に生産される（議論の単純化のため、既存産業への新規参入や新しい種類の財の開発といった問題は捨象する）。各家計は若年期に企業 $i \in [0,1]$ を設立し、そこに自らの労働力を供給して賃金を獲得すると同時に企業の所有者として利潤も受け取り、生産終了後、その期の内に企業を解散する。若年家計はさらに、その期の老年家計（＝親世代）から遺産を受け取り、総収入（＝賃金＋利潤＋遺産）を消費と貯蓄に振り分けるわけであるが、本稿では貯蓄の具体的手段として（政府が発行する国債を除くと）貨幣（＝不換紙幣）のみが存在するような経済を想定する。すなわち、各

家計は若年期の総収入の一部をその期の老年家計が保有している貨幣の買い取りに充て（＝生産活動で得た財を老年家計に売ることで貨幣を獲得し）、自らが老年になったとき、持ち越した貨幣の一部をその期の若年世代へ売却（＝貨幣の一部でその期の若年世代が生産した財を購入）し、残りを次世代への遺産贈与へと充てる。なお、本稿では議論の単純化のため経済内の名目貨幣量は変化しない（＝政府が新たに貨幣を発行したり回収したりしない）状況を想定する。

本稿では、各財の名目価格はそれを独占的に生産する各企業の利潤最大化行動によって内生的に決定されるが、名目賃金は固定的・外生的で、若年家計はその名目賃金の下で各企業の労働需要にちょうど等しいだけの労働供給を行うような状況を想定する。この想定により、本稿のモデルはケインズ的な固定価格モデルの一種となり、不完全雇用下における財政政策の厚生効果を検討できるようになる。

以下では、まず 2.1 節で政府部門を捨象したベンチマークモデルを提示し、その理論構造を検討する。次に、2.2 節と 2.3 節でベンチマークモデルに政府部門を導入して財政政策の厚生効果を考察する。2.2 節では、政府が期間tに実施する政府支出を世代tへの一括税で調達する状況――本稿ではそれを Case 1 と呼ぶ――を想定し、そのような財政政策が当該世代にどのような厚生効果を及ぼすかをベンチマークケースと比較する形で検討する。次に、2.3 節では、政府が期間tにおける政府支出を世代tからの借金（＝新規の国債発行）で賄い、次期（＝期間$t+1$）にその返済のための財源を世代$t+1$への一括税で徴収するような状況――本稿ではそれを Case 2 と呼ぶ――を想定して、それが当該世代にどのような厚生効果を及ぼすかを Case 1 と比較する形で検討する。

２．１　ベンチマークケース

この節では政府部門を捨象したベンチマークケースを検討する。以下では、期間tにおける各経済主体の行動を定式化し、その結果として成立する市場均衡の状態を導出する。

世代tの行動

期間tにおける若年家計である世代tの効用最大化問題は以下のように定式化される。

$$\max_{c_t^y(i), c_{t+1}^o(i), B_{t+1}} \quad U_t = \alpha \log C_t^y + \beta \log C_{t+1}^o + \gamma \log\left(\frac{B_{t+1}}{P_{t+1}}\right) \quad (\alpha + \beta + \gamma = 1)$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^y(i) di + M_t^d = \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di + B_t$$

$$\int_0^1 p_{t+1}(i) c_{t+1}^o(i) di + B_{t+1} = M_t^d$$

$$\left(C_t^y \equiv \left[\int_0^1 [c_t^y(i)]^{(\eta-1)/\eta} di \right]^{\eta/\eta-1}, \quad C_{t+1}^o \equiv \left[\int_0^1 [c_{t+1}^o(i)]^{(\eta-1)/\eta} di \right]^{\eta/\eta-1} \right)$$

ここで、$p_t(i)$は期間tにおける財iの名目価格、$c_t^y(i)$は期間tの若年（young）世代が消費する財iの量、$c_{t+1}^o(i)$は期間$t+1$の老年（old）世代が消費する財iの量、Wは名目賃金、$l_t^d(i)$は企業iへの労働供給、$\Pi_t(i)$は企業iから受け取る名目利潤、B_tは世代tが（世代$t-1$から）受け取る名目遺産額（＝したがってB_{t+1}は世代tが世代$t+1$へ贈与する遺産額）、M_t^dは貯蓄目的で買い取る名目貨幣量を意味している。また、効用関数内のC_t^yとC_{t+1}^oはDixit-Stigliz 型の sub-utility であり、家計はこの指標に基づいて各財の消費からの効用を得るものとする。なお、本稿では労働市場に関して非ワルラス的な想定をおいて議論を進めるので、名目賃金W（時間を通じて不変）は外生的・固定的で、家計は各企業が決定する労働需要$l_t^d(i)$（$i \in [0,1]$）を制約として受け入れた上で消費・貯蓄の決定を行うものとする。また、Wは時間を通じて不変と仮定する。

よく知られているように、この問題は以下のように 2 段階に分けて解くことができ、各段階の問題とその解はそれぞれ以下のようになる。

（第 1 段階）

$$\max_{c_t^y(i)} \quad C_t^y = \left[\int_0^1 [c_t^y(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^y(i) di = E_t^y$$

（1）
$$c_t^y(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{E_t^y}{P_t}, \quad P_t C_t^y = E_t^y \quad （P_t \equiv \left[\int_0^1 [p_t(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}）$$

$$\max_{c_{t+1}^o(i)} \quad C_{t+1}^o = \left[\int_0^1 [c_{t+1}^o(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_{t+1}(i) c_{t+1}^o(i) di = E_{t+1}^o$$

$$c_{t+1}^o(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta} \frac{E_{t+1}^o}{P_{t+1}}, \quad P_{t+1} C_{t+1}^o = E_{t+1}^o \quad （P_{t+1} \equiv \left[\int_0^1 [p_{t+1}(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}）$$

（第 2 段階）

$$\max_{C_t^y, C_{t+1}^o, B_{t+1}} \quad U_t = \alpha \log C_t^y + \beta \log C_{t+1}^o + \gamma \log\left(\frac{B_{t+1}}{P_{t+1}}\right)$$

$$\text{s.t.} \quad P_t C_t^y + M_t^d = I_t + B_t, \; P_{t+1} C_{t+1}^o + B_{t+1} = M_t^d \quad （I_t \equiv \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di）$$

（2）
$$P_t C_t^y = \alpha\,[I_t + B_t], \quad M_t^d = (1-\alpha)\,[I_t + B_t]$$

$$P_{t+1} C_{t+1}^o = \beta\,[I_t + B_t], \quad B_{t+1} = \gamma\,[I_t + B_t]$$

世代$t-1$の行動

　期間tにおける老年家計である世代$t-1$は、その期の期首に保有している名目貨幣量Mを各種消費財の購入と次世代（＝世代t）への遺産贈与に分けるので、彼の効用最大化は以下のようになる。

$$\max_{c_t^o(i), B_t} \quad \beta \log C_t^o + \gamma \log\left(\frac{B_t}{P_t}\right) \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^o(i) di + B_t = M$$

ここで、$C_t^o \equiv \left[\int_0^1 [c_t^o(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1}$、$c_t^o(i)$は期間$t$の老年（old）世代（＝世代$t-1$）が消費する財$i$の量である。この問題も上の世代$t$の問題と同様、以下の 2 段階に分けて解くことができる。

（第 1 段階）

$$\max_{c_t^o(i)} \quad C_t^o = \left[\int_0^1 [c_t^o(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^o(i) di = E_t^o \quad (= M - B_t)$$

（3） $$c_t^o(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{M - B_t}{P_t}, \quad P_t C_t^o = M - B_t$$

（第 2 段階）

$$\max_{C_t^o, B_t} \quad \beta \log C_t^o + \gamma \log\left(\frac{B_t}{P_t}\right) \quad \text{s.t.} \quad P_t C_t^o + B_t = M$$

（4） $$P_t C_t^o = \frac{\beta}{\beta+\gamma} M, \quad B_t = \frac{\gamma}{\beta+\gamma} M$$

企業の行動

企業$i \in [0,1]$は自らの生産する財に対する需要（＝（1）の第 1 式と（3）の第 1 式）を正しく把握し、それをふまえて利潤を最大にするような財価格を設定するので、企業の利潤最大化問題は以下のようになる。

$$\max_{p_t(i)} \quad \Pi_t(i) = p_t(i) y_t(i) - W_t l_t(i)$$

$$\text{s.t.} \quad y_t(i) = [l_t(i)]^a \quad (0 < a \leq 1)$$

$$y_t(i) = c_t^y(i) + c_t^o(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{E_t^y + M - B_t}{P_t}$$

したがって、企業iの設定する最適価格は以下のとおり。

（5） $$p_t(i) = \frac{\eta}{\eta-1} \frac{W}{a} X_t^{(1-a)/a} \quad (= P_t) \qquad \left(X_t \equiv \frac{E_t^y + M - B_t}{P_t} = C_t^y + \frac{M - B_t}{P_t} \right)$$

ここで$a = 1$（生産関数が収穫一定）の場合、最適財価格は$p_t(i) = \dfrac{\eta}{\eta-1} W$となり、仮定により名目賃金$W$は固定的なので、財価格もまた需要サイドの変化に対して固定的となる。この場合、次節以降で検討する財政政策の効果は、田中（2010.b）で論じられている財価

格と賃金の両方が固定的な標準的非ワルラスモデルの結果と全く同じになること示せるので、以下では生産関数が収穫逓減の場合（$a<1$）を念頭において議論を進めることにする。なお、$p_t(i)=P_t$ より、企業iの生産量および各需要項目はそれぞれ以下のようになる。

（6）　$$y_t(i)=X_t=C_t^y+\frac{M-B_t}{P_t}\ (=y_t),\quad c_t^y(i)=C_t^y,\quad c_t^o(i)=\frac{M-B_t}{P_t}$$

市場均衡の状態

期間tにおける貨幣の需給均衡条件は

$$M=M_t^d$$

で与えられるので、これと（2）の第 1 式および第 2 式から以下を導出できる。

（7）　$$C_t^y=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t}$$

さらに、これに（6）の第 1 式と（4）の第 2 式を代入して整理することで、各企業の生産量y_tを以下のように表すことができる。

（AD曲線）　$$y_t=\phi\frac{M}{P_t}\qquad \left(\phi\equiv\frac{1}{1-\alpha}-\frac{\gamma}{\beta+\gamma}\right)$$

他方、AS曲線は（5）と（6）の第 1 式より

（AS曲線）　$$P_t=\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\ y_t^{(1-a)/a}$$

で与えられるので、これら 2 式から均衡における生産量と物価を求めると、それぞれ以下のようになる。

（8）　$$y_t^{bench}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}(\phi M)^a,\quad P_t^{bench}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a}(\phi M)^{1-a}$$

この（8）から見て取れるように、ここで$\gamma=0$、すなわち次世代へと残す実質遺産額からは効用を得られないとすると、本節の結果は田中（2010.a）で考察した遺産動機を含まない場合のマクロ均衡と一致することが分かる。したがって、本稿の「遺産消費モデル」は

田中 (2010.a) を特殊ケースとして含んだより一般的なモデルとなっていることが分かる。

また、均衡における各世代の消費（＝sub-utility）は（7）および（4）より

（9）
$$(C_t^y)^{bench} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t^{bench}},$$

$$(C_t^o)^{bench} = \frac{\beta}{\beta+\gamma}\frac{M}{P^{bench}},\quad \left(\frac{B_t}{P_t}\right)^{bench} = \frac{\gamma}{\beta+\gamma}\frac{M}{P^{bench}}$$

となる。なお、以上が期間tにおける市場均衡であるが、老年世代が保有する名目貨幣量Mが時間を通じて一定であることから、期間$t+1$以降の均衡もこれと全く同じになることに注意せよ。

２．２　Case 1

次に、Case 1、すなわち政府は期間tにのみ無駄な政府支出を実施し、その財源の調達方法として政府が世代tに同額の一括税を課すケースを検討しよう。

政府の行動

政府は$G_t = \left[\int_0^1 [g_t(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1}$と定式化された Dixit-Stigliz 型の指標を最大にするように世代tから徴収した所与の名目一括税額Tを各財の支出$g_t(i)$へと振り向けると想定するので、政府の最適化行動およびその解は以下のようになる。

$$\max_{g_t(i)} \quad G_t = \left[\int_0^1 [g_t(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) g_t(i) di = T \qquad (T\text{ ：所与})$$

（10）
$$\rightarrow \quad g_t(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta}\frac{T}{P_t},\quad P_t G_t = T$$

世代tの行動

このケースにおいて世代tは一括税Tを政府から徴収されるので、その効用最大化問題は

以下のように微修正される。

$$\max_{c_t^y(i),c_{t+1}^o(i),B_{t+1}} \quad U_t = \alpha \log C_t^y + \beta \log C_{t+1}^o + \gamma \log\left(\frac{B_{t+1}}{P_{t+1}}\right) \quad （\alpha + \beta + \gamma = 1）$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^y(i) di + M_t^d = \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di + B_t - T$$

$$\int_0^1 p_{t+1}(i) c_{t+1}^o(i) di + B_{t+1} = M_t^d$$

したがって、世代tの第 1 段階および第 2 段階の最適計画はそれぞれ以下のようになる。

（第 1 段階）

$$c_t^y(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{E_t^y}{P_t}, \quad P_t C_t^y = E_t^y \quad （P_t \equiv \left[\int_0^1 [p_t(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}）$$

$$c_{t+1}^o(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta} \frac{E_{t+1}^o}{P_{t+1}}, \quad P_{t+1} C_{t+1}^o = E_{t+1}^o \quad （P_{t+1} \equiv \left[\int_0^1 [p_{t+1}(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}）$$

（第 2 段階）

(11) $$P_t C_t^y = \alpha [I_t + B_t - T], \quad M_t^d = (1-\alpha)[I_t + B_t - T]$$

$$P_{t+1} C_{t+1}^o = \beta [I_t + B_t - T], \quad B_{t+1} = \gamma [I_t + B_t - T] \quad （I_t \equiv \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di）$$

世代$t-1$の行動

世代$t-1$の行動は前節のベンチマークモデルと全く同じなので、その結果を再掲すると以下のとおり。

（第 1 段階）

$$c_t^o(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{M - B_t}{P_t}, \quad P_t C_t^o = M - B_t$$

（第 2 段階）

（12）　$$P_t C_t^o = \frac{\beta}{\beta+\gamma} M\,,\quad B_t = \frac{\gamma}{\beta+\gamma} M$$

企業の行動

企業iの行動も、財iに対する需要として（10）で示された政府の購入分$g_t(i)$が新たに付け加わる点を除けばベンチマークモデルと同じなので、企業iの利潤最大化問題は次のようになる。

$$\max_{p_t(i)} \quad \Pi_t(i) = p_t(i) y_t(i) - W_t l_t(i)$$

$$\text{s.t.} \quad y_t(i) = [l_t(i)]^a \quad (0 < a < 1)$$

$$y_t(i) = c_t^y(i) + c_t^o(i) + g_t(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{E_t^y + M - B_t + T}{P_t}$$

したがって企業iの設定する最適価格は以下のとおり。

（13）　$$p_t(i) = \frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a} X_t^{(1-a)/a} \quad (= P_t)$$

$$\left(X_t \equiv \frac{E_t^y + M - B_t + T}{P_t} = C_t^y + \frac{M - B_t + T}{P_t} \right)$$

なお、$p_t(i) = P_t$より、企業iの生産量および各需要項目はそれぞれ以下のようになる。

（14）　$$y_t(i) = X_t = C_t^y + \frac{M - B_t + T}{P_t} \quad (= y_t)\,,$$

$$c_t^y(i) = C_t^y\,,\quad c_t^o(i) = \frac{M - B_t}{P_t}\,,\quad g_t(i) = \frac{T}{P_t}$$

市場均衡の状態

期間tにおける貨幣の需給均衡条件は前節と同様、

$$M = M_t^d$$

で与えられるので、これと（11）の第 1 式および第 2 式から以下を導出できる。

（15）　　$$C_t^y = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t}$$

さらに、これに（14）の第 1 式と（12）の第 2 式を代入して整理することで、各企業の生産量 y_t を以下のように表すことができる。

（AD 曲線）　$$y_t = \frac{\phi M + T}{P_t} \qquad \left(\phi \equiv \frac{1}{1-\alpha} - \frac{\gamma}{\beta+\gamma}\right)$$

他方、AS 曲線は（13）と（14）の第 1 式より

（AS 曲線）　$$P_t = \frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\, y_t^{(1-a)/a}$$

で与えられるので、均衡における生産量および物価はそれぞれ以下のようになる。

（16）　　$$y_t^{case1} = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a} (\phi M + T)^a, \quad P_t^{case1} = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a} (\phi M + T)^{1-a}$$

したがって、Case 1 における生産量と物価は共にベンチマークケースのそれ（→（8）を見よ）よりも大きくなる。

$$y_t^{case1} > y_t^{bench}, \quad P_t^{case1} > P_t^{bench}$$

Case 1 では所与の名目レベルで T の政府支出が実施されることで総需要が引き上げられる反面、その財源として世代 t に同額の一括税が課されることでその若年期消費 $P_t C_t^y$ が低下する（→（11）の第 1 式を見よ）が、世代 t の消費平準化行動により $P_t C_t^y$ の低下幅は T よりも小さいので、結果的に名目総需要が刺激され、各企業の生産量が増大する。ただ、その過程で企業の設定する名目価格も上昇するので、政府支出増加に伴う生産量増加の一部は負の実質残高効果（＝M/P_t の低下に伴う財需要の減少）によって相殺される形になる。以上が Case 1 の生産量と物価がベンチマークケースよりも大きくなる理由である。

　また、（15）と（12）より、均衡における各世代の消費（＝sub-utility）、および世代 $t-1$ が世代 t に残す実質遺産額に関して以下の結果が成立する。

（17）　　$$(C_t^y)^{case1} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P^{case1}} \quad \left(< \ (C_t^y)^{bench} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P^{bench}}\right)$$

$$(C_t^o)^{case1}=\frac{\beta}{\beta+\gamma}\frac{M}{P^{case1}}\quad (<\ (C_t^o)^{bench}=\frac{\beta}{\beta+\gamma}\frac{M}{P^{bench}})$$

$$\left(\frac{B_t}{P_t}\right)^{case1}=\frac{\gamma}{\beta+\gamma}\frac{M}{P^{case1}}\quad (<\ \left(\frac{B_t}{P_t}\right)^{bench}=\frac{\gamma}{\beta+\gamma}\frac{M}{P^{bench}})$$

期間$t+1$以降については、各期の老年家計の保有する名目貨幣量がMで外生的・固定的であることに加え、政府も期間$t+1$以降は経済に介入しないので、ベンチマークケースとCase 1とで全く同じ均衡が成立する。したがって、Case 1はベンチマークと比較して、世代$t-1$と世代tの厚生が劣化し、世代$t+1$以降の厚生に変化はないので、パレートの意味で劣った均衡状態を実現することが分かる。

なお、以上の結論は、期間tにおける政府支出の財源Tをその期の若年世代への一括税によって賄うという想定に依存している点に注意せよ。容易に確認できるように、政府が一括税をその期の老年世代（＝世代$t-1$）に課した場合（以下ではこの場合を「Case A」と呼ぶ)、期間tの均衡における生産量と物価、ならびに各世代の消費インデックスと遺産額はそれぞれ以下のようになる（期間$t+1$以降についてはベンチマークやCase 1と同じ均衡が成立する)。

$$(18)\quad y_t^{caseA}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}\left(\phi M+\frac{\gamma}{\beta+\gamma}T\right)^{a},\quad P_t^{caseA}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a}\left(\phi M+\frac{\gamma}{\beta+\gamma}T\right)^{1-a}$$

$$(C_t^y)^{caseA}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t^{caseA}},\quad (C_t^o)^{caseA}=\frac{\beta}{\beta+\gamma}\frac{M-T}{P_t^{caseA}},\quad \left(\frac{B_t}{P_t}\right)^{caseA}=\frac{\gamma}{\beta+\gamma}\frac{M-T}{P_t^{caseA}}$$

他方、一括税を（若年期の世代tにではなく）老年期の世代tに課す場合、すなわち期間tにおける政府支出をいったん世代tからの借金で賄い、次期（＝期間$t+1$）にその返済分を再び世代tへの一括税によって確保する場合は、リカードの中立命題よりその均衡は Case 1と完全に一致することを容易に確かめることができる。

したがって、ここまでの各ケース間の比較結果をまとめると以下のようになる。

＜期間tにおける各ケースの比較＞

（生産量）　$y_t^{bench} < y_t^{caseA} < y_t^{case1}$

（物価）　$P_t^{bench} < P_t^{caseA} < P_t^{case1}$

（若年消費）　$(C_t^y)^{case1} < (C_t^y)^{caseA} < (C_t^y)^{bench}$

（老年消費）　$(C_t^o)^{caseA} < (C_t^o)^{case1} < (C_t^o)^{bench}$

（世代$t-1$が残す遺産）　$\left(\dfrac{B_t}{P_t}\right)^{caseA} < \left(\dfrac{B_t}{P_t}\right)^{case1} < \left(\dfrac{B_t}{P_t}\right)^{bench}$

ここで、上の不等式関係で、$(C_t^o)^{caseA} < (C_t^o)^{case1}$ と $\left(\dfrac{B_t}{P_t}\right)^{caseA} < \left(\dfrac{B_t}{P_t}\right)^{case1}$ が成立することの証明については付録を参照せよ。それ以外の不等式関係はほとんど自明に成立する。

＜期間$t+1$における各ケースの比較＞

ケース間で全く同じ

＜ケース間での各世代の厚生比較＞

（世代$t-1$）　$U_{t-1}^{caseA} < U_{t-1}^{case1} < U_{t-1}^{bench}$

（世代t）　$U_{t-1}^{case1} < U_{t-1}^{caseA} < U_{t-1}^{bench}$

（世代$t+1$以降）　$U_{t+s}^{bench} = U_{t+s}^{case1} = U_{t+s}^{caseA}$　（$s \geq 1$）

２．３　Case 2

前節では期間tにおける政府支出の財源をその期の若年家計から調達する場合を想定して分析を行ったが、この節では政府支出の財源を次世代へと転嫁するケース、すなわち期間tにおける政府支出をいったん世代tからの借金（＝新規国債発行）で賄い、期間$t+1$にその返済分をその期の若年家計（＝世代$t+1$）から一括税の形で調達するようなケースを想定して財政政策の厚生効果を再検討する。

２．３．１　期間tにおける市場均衡

政府の行動

期間tにおいて政府は、Case 1 における税収Tに等しいだけの財源をその期の若年世代（＝世代t）からの借金（＝新規の国債発行）で賄い、それを各財の支出に充てるので、政府の最適化問題およびその解は以下のようになる。

$$\max_{g_t(i)} \quad G_t = \left[\int_0^1 [g_t(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) g_t(i) di = D \qquad (D = T)$$

$$\rightarrow \quad g_t(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{D}{P_t}, \quad P_t G_t = D$$

ここでDは新規国債発行額であり、仮定によりそれは Case 1 における税収Tに等しい。

世代tの行動

この期の若年世代である世代tの効用最大化問題は以下のように定式化される。

$$\max_{c_t^y(i), c_{t+1}^o(i), B_{t+1}} \quad U_t = \alpha \log C_t^y + \beta \log C_{t+1}^o + \gamma \log\left(\frac{B_{t+1}}{P_{t+1}}\right) \qquad (\alpha + \beta + \gamma = 1)$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^y(i) di + M_t^d + D = \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di + B_t$$

$$\int_0^1 p_{t+1}(i) c_{t+1}^o(i) di + B_{t+1} = M_t^d + D$$

Case 2 において家計の貯蓄手段は貨幣と国債の 2 つになり、裁定上、その名目収益率は共にゼロとなる（若年期における国債購入額と老年期におけるその返済額が共にD_tであるのはそのためである)。この効用最大化問題を解くことで、第 1 段階および第 2 段階における最適計画はそれぞれ以下のようになる

（第 1 段階）

$$c_t^y(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{E_t^y}{P_t}, \quad P_t C_t^y = E_t^y \qquad \left(P_t \equiv \left[\int_0^1 [p_t(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}\right)$$

$$c_{t+1}^o(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta} \frac{E_{t+1}^o}{P_{t+1}}, \quad P_{t+1} C_{t+1}^o = E_{t+1}^o \qquad \left(P_{t+1} \equiv \left[\int_0^1 [p_{t+1}(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}\right)$$

（第 2 段階）

（19） $$P_t C_t^y = \alpha\,[I_t + B_t],\ M_t^d + D = (1-\alpha)\,[I_t + B_t]$$

$$P_{t+1} C_{t+1}^o = \beta\,[I_t + B_t], \quad B_{t+1} = \gamma\,[I_t + B_t] \qquad \left(I_t \equiv \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di\right)$$

世代$t-1$の行動

世代$t-1$の行動は前節の Case 1 と全く同じなので、その結果を再掲すると以下のとおり。

（第 1 段階）

$$c_t^o(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{M - B_t}{P_t}, \qquad P_t C_t^o = M - B_t$$

（第 2 段階）

（20） $$P_t C_t^o = \frac{\beta}{\beta+\gamma} M, \quad B_t = \frac{\gamma}{\beta+\gamma} M$$

企業の行動

企業iの行動も基本的に Case 1 と同じであるが、政府の財iに対する需要が Case 1 と異なっている点に注意せよ。

$$\max_{p_t(i)} \quad \Pi_t(i) = p_t(i) y_t(i) - W_t l_t(i)$$

$$\text{s.t.} \quad y_t(i) = [l_t(i)]^a \quad (0 < a < 1)$$

$$y_t(i)=c_t^y(i)+c_t^o(i)+g_t(i)=\left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta}\frac{E_t^y+M-B_t+D}{P_t}$$

企業iの設定する最適価格は次のようになる。

（21） $p_t(i)=\dfrac{\eta}{\eta-1}\dfrac{W}{a}X_t^{(1-a)/a}$ （$=P_t$）（$X_t\equiv\dfrac{E_t^y+M-B_t+D}{P_t}=C_t^y+\dfrac{M-B_t+D}{P_t}$）

なお、$p_t(i)=P_t$より、企業iの生産量および各需要項目は以下のように書き直せる。

（22） $y_t(i)=X_t=C_t^y+\dfrac{M-B_t+D}{P_t}$ （$=y_t$），

$c_t^y(i)=C_t^y$， $c_t^o(i)=\dfrac{M-B_t}{P_t}$， $g_t(i)=\dfrac{D}{P_t}$

市場均衡の状態

期間tにおける貨幣の需給均衡条件は

$$M=M_t^d$$

で与えられるので、これと（19）の第1式および第2式から以下を導出できる。

（23） $C_t^y=\dfrac{\alpha}{1-\alpha}\dfrac{M+D}{P_t}$

さらに、これに（22）の第1式と（20）の第2式を代入して整理することで、各企業の生産量y_tを以下のように表すことができる。

（AD曲線） $y_t=\dfrac{\phi M}{P_t}+\dfrac{1}{1-\alpha}\dfrac{D}{P_t}$ （$\phi\equiv\dfrac{1}{1-\alpha}-\dfrac{\gamma}{\beta+\gamma}$）

他方、AS曲線は（21）と（22）の第1式より

（AS曲線） $P_t=\dfrac{\eta}{\eta-1}\dfrac{W}{a}y_t^{(1-a)/a}$

で与えられるので、均衡における生産量および物価はそれぞれ以下のように求められる。

（24） $y_t^{case2}=\left(\dfrac{\eta}{\eta-1}\dfrac{W}{a}\right)^{-a}\left(\phi M+\dfrac{D}{1-\alpha}\right)^{a}$， $P_t^{case2}=\left(\dfrac{\eta}{\eta-1}\dfrac{W}{a}\right)^{a}\left(\phi M+\dfrac{D}{1-\alpha}\right)^{1-a}$

（16）で示されたCase 1の均衡における生産量と物価と比較すると、生産量・物価ともに

Case 2 の方が Case 1 よりも大きくなる。すなわち、

$$y_t^{case2} > y^{case1}, \quad P_t^{case2} > P_t^{case2}$$

これは、Case 2 では前節と同じ規模（＝T ）の政府支出が当該期の一括税によって賄われるのではなく将来世代に負担を転嫁する形で調達されることになるため、世代tの若年期消費が Case 1 の時よりも大きくなり（この点は（11）の第 1 式と（19）の第 1 式との比較から明らかである）、それが各企業の生産量の増加と価格の吊り上げをもたらすからである。

では、均衡における各世代の消費水準はどうであろうか。(23）と（20）より、以下を導出できる。

(25)
$$(C_t^y)^{case2} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M+D}{P_t^{case2}} \quad \left(> \ (C_t^y)^{case1} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t^{case1}}\right)$$
$$(C_t^o)^{case2} = \frac{\beta}{\beta+\gamma}\frac{M}{P_t^{case2}} \quad \left(< \ (C_t^o)^{case1} = \frac{\beta}{\beta+\gamma}\frac{M}{P_t^{case1}}\right)$$
$$\left(\frac{B_t}{P_t}\right)^{case2} = \frac{\gamma}{\beta+\gamma}\frac{M}{P_t^{case2}} \quad \left(< \ \left(\frac{B_t}{P_t}\right)^{case1} = \frac{\gamma}{\beta+\gamma}\frac{M}{P_t^{case1}}\right)$$

ここで、(25）の第 1 式の不等号が成立することの証明は、付録と同様の手順で証明できる。

（25）から、政府がその財源を将来世代へと転嫁する形で政府支出を実施した場合、その期の若年世代の消費水準は増加するが、老年世代の消費と実質遺産贈与は低下することが分かる。このうち後者が成立する理由は、Case 1 より Case 2 の方が物価が高くなるので、負の実質残高効果により老年期の実質所得が低下するためである。一方、若年世代は、上述の負の実質残高効果と、(Case 1 の時とは異なり）税を負担せずに済むという正の効果の2 つの相反する影響を受けることになるが、均衡においては後者の効果が前者を上回るため、彼の消費水準は Case 1 のときよりも改善することになる。

なお、ここでは議論が複雑になることを避けるため、Case 2 の均衡における生産量、物価、各世代の消費（と遺産贈与）を Case 1 のそれらとのみ比較したが、他のケースとの比較については最後にまとめて報告する。

２．３．２　期間$t+1$における市場均衡

今までと異なり、Case 2 においては期間$t+1$においても政府が前期の借金の返済およびその財源の調達という形で経済に介入するので、期間$t+1$の市場均衡がそれ以外のケースとどのように異なるかを検討する必要がある。

政府の行動

政府は今期の借金返済額Dを世代$t+1$への一括税Tの形で徴収するので、その予算制約は以下のように表せる。

(26)　$$D = T$$

世代tの行動

世代tは前期から持ち越した貨幣Mと政府からの借金返済額Dを、各財の購入および世代$t+1$への遺産贈与に充てるので、その行動は以下のように表せる。

$$\max_{c^o_{t+1}(i),B_{t+1}} \quad C^o_{t+1} = \left[\int_0^1 [c^o_{t+1}(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_{t+1}(i) c^o_{t+1}(i) di + B_{t+1} = M + D$$

（第 1 段階の解）

$$c^o_{t+1}(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta} \frac{M + D - B_{t+1}}{P_{t+1}}, \quad P_{t+1} C^o_{t+1} = M + D - B_{t+1}$$

$$\left(P_{t+1} \equiv \left[\int_0^1 [p_{t+1}(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta} \right)$$

（第 2 段階の解）

(27)　$$P_{t+1} C^o_{t+1} = \frac{\beta}{\beta+\gamma}[M + D], \quad B_{t+1} = \frac{\gamma}{\beta+\gamma}[M + D]$$

世代$t+1$の行動

世代$t+1$は政府から一括税Tを課されるので、その効用最大化問題は以下のようになる。

$$\max_{c^y_{t+1}(i),c^o_{t+2}(i),B_{t+2}} \quad U_{t+1}=\alpha\log C^y_{t+1}+\beta\log C^o_{t+2}+\gamma\log\left(\frac{B_{t+2}}{P_{t+2}}\right)$$

$$\text{s.t.}\quad \int_0^1 p_{t+1}(i)c^y_{t+1}(i)di+M^d_{t+1}=\int_0^1[Wl^d_{t+1}(i)+\Pi_{t+1}(i)]di+B_{t+1}-T$$

$$\int_0^1 p_{t+2}(i)c^o_{t+2}(i)di+B_{t+2}=M^d_{t+1}$$

$$（C^y_{t+1}=\left[\int_0^1[c^y_{t+1}(i)]^{(\eta-1)/\eta}di\right]^{\eta/\eta-1},\quad C^o_{t+2}=\left[\int_0^1[c^o_{t+2}(i)]^{(\eta-1)/\eta}di\right]^{\eta/\eta-1}）$$

（第 1 段階の解）

$$c^y_{t+1}(i)=\left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta}\frac{E^y_{t+1}}{P_{t+1}},\quad P_{t+1}C^y_{t+1}=E^y_{t+1}\qquad（P_{t+1}\equiv\left[\int_0^1[p_{t+1}(i)]^{1-\eta}di\right]^{1/1-\eta}）$$

$$c^o_{t+2}(i)=\left(\frac{p_{t+2}(i)}{P_{t+2}}\right)^{-\eta}\frac{E^o_{t+2}}{P_{t+2}},\quad P_{t+2}C^o_{t+2}=E^o_{t+2}\qquad（P_{t+2}\equiv\left[\int_0^1[p_{t+2}(i)]^{1-\eta}di\right]^{1/1-\eta}）$$

$$（E^y_{t+1}=\int_0^1 p_{t+1}(i)c^y_{t+1}(i)di,\quad E^o_{t+2}=\int_0^1 p_{t+2}(i)c^o_{t+2}(i)di）$$

（第 2 段階の解）

(28) $$P_{t+1}C^y_{t+1}=\alpha\,[I_{t+1}+B_{t+1}-T],\quad M^d_{t+1}=(1-\alpha)[I_{t+1}+B_{t+1}-T]$$

$$P_{t+2}C^o_{t+2}=\beta\,[I_{t+1}+B_{t+1}-T],\ \ B_{t+2}=\gamma\,[I_{t+1}+B_{t+1}-T]$$

$$（I_{t+1}\equiv\int_0^1[Wl^d_{t+1}(i)+\Pi_{t+1}(i)]di）$$

企業の行動

企業iの行動も基本的に以前と同じであるが、期間$t+1$において政府は支出を行わないので、財iに対する需要は各世代の消費需要のみとなる。

$$\max_{p_{t+1}(i)} \quad \Pi_{t+1}(i)=p_{t+1}(i)y_{t+1}(i)-Wl_{t+1}(i)$$

s.t.　$y_{t+1}(i) = [l_{t+1}(i)]^{a}$　　（$0 < a < 1$）

$$y_{t+1}(i) = c^{y}_{t+1}(i) + c^{o}_{t+1}(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta} \frac{E^{y}_{t+1} + M + D - B_{t+1}}{P_{t+1}}$$

したがって最適価格は以下のとおり。

（2.53）　$$p_{t+1}(i) = \frac{\eta}{\eta - 1}\frac{W}{a}\ X^{(1-a)/a}_{t+1} \quad (= P_{t+1})$$

$$\left(X_{t+1} \equiv \frac{E^{y}_{t+1} + M + D - B_{t+1}}{P_{t+1}} = C^{y}_{t+1} + \frac{M + D - B_{t+1}}{P_{t+1}} \right)$$

なお、$p_{t+1}(i) = P_{t+1}$より、企業iの生産量および各需要項目はそれぞれ以下のようになる。

（30）　$$y_{t+1}(i) = X_{t+1} = C^{y}_{t+1} + \frac{M + D - B_{t+1}}{P_{t+1}} \quad (= y_{t+1}),$$

$$c^{y}_{t+1}(i) = C^{y}_{t+1},\quad c^{o}_{t+1}(i) = \frac{M + D - B_{t+1}}{P_{t+1}}$$

市場均衡の状態

期間$t+1$における貨幣の需給均衡条件は

$$M = M^{d}_{t+1}$$

なので、これと（28）の第 1 式および第 2 式から

（31）　$$C^{y}_{t+1} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\ \frac{M}{P_{t+1}}$$

を得る。さらに、これに（30）の第 1 式と（27）の第 2 式を代入して整理することで、各企業の生産量y_{t+1}を以下のように表すことができる。

（AD曲線）　$$y_{t+1} = \frac{\phi M}{P_{t+1}} + \frac{\beta}{\beta+\gamma}\ \frac{D}{P_{t+1}} \qquad \left(\phi \equiv \frac{1}{1-\alpha} - \frac{\gamma}{\beta+\gamma}\right)$$

他方、AS曲線は（29）と（30）の第 1 式より

（AS曲線）　$$P_{t+1} = \frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\ y^{(1-a)/a}_{t+1}$$

で与えられるので、均衡における生産量および物価はそれぞれ以下のようになる。

$$y_{t+1}^{case2}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}\left(\phi M+\frac{\beta}{\beta+\gamma}D\right)^{a},\quad P_{t+1}^{case2}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a}\left(\phi M+\frac{\beta}{\beta+\gamma}D\right)^{1-a}$$

一方、Case 1 では、政府は期間$t+1$には経済に介入しないので、均衡における生産量と物価は (8) で示されたベンチマークケースの期間tにおける大きさに等しくなるので、Case 2 と Case 1 との間で以下が成立する。

$$y_{t+1}^{case2}>y_{t+1}^{case1}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}(\phi M)^{a},\quad P_{t+1}^{case2}>P_{t+1}^{case1}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a}(\phi M)^{1-a}$$

ここで、Case 2 の方が Case 1 よりも生産量・物価ともに大きくなる理由は、政府が借金を返済する過程で消費性向の低い若年世代（＝世代$t+1$）から消費性向の高い老年世代（＝世代t）への所得移転が発生し、それが民間消費需要を押し上げることで均衡における生産量を物価を刺激するからである。

次に、均衡における各世代の消費水準に関する比較を行おう。(31）と（27）より、期間$t+1$における各世代の消費に関して以下が成立する（ここで以下の第 2、第 3 の不等式は付録と同じ方法で証明できる)。

$$(C_{t+1}^{y})^{case2}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_{t+1}^{case2}}\quad\left(<(C_{t+1}^{y})^{case1}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_{t+1}^{case1}}\right)$$

$$(C_{t+1}^{o})^{case2}=\frac{\beta}{\beta+\gamma}\frac{M+D}{P_{t+1}^{case2}}\quad\left(>(C_{t+1}^{o})^{case1}=\frac{\beta}{\beta+\gamma}\frac{M}{P_{t+1}^{case1}}\right)$$

$$\left(\frac{B_{t+1}}{P_{t+1}}\right)^{case2}\frac{\gamma}{\beta+\gamma}\frac{M+D}{P_{t+1}^{case2}}\quad\left(>\left(\frac{B_{t+1}}{P_{t+1}}\right)^{case1}=\frac{\gamma}{\beta+\gamma}\frac{M}{P_{t+1}^{case1}}\right)$$

したがって、期間$t+1$においては、若年世代（＝世代$t+1$）の消費は Case 1 より Case 2 の方が小さくなる一方、老年世代（＝世代t）の消費は Case 1 より Case 2 の方が大きくなる。このうち前者の結果は、本稿のモデル設定の下でも国債の次世代負担が生じることを意味している。

以上で Case 2 における期間tおよび期間$t+1$の均衡を論じ終えた。期間$t+2$以降につい

ては、各期の老年家計の保有する名目貨幣量がMで固定的となることに加え、政府も期間$t+2$以降は経済に介入しないので、Case 2 と Case 1 とで全く同じ均衡が成立する。したがって Case 1 と Case 2 の均衡における各世代の厚生を比較すると、世代tの厚生は改善する一方、世代$t-1$と世代$t+1$の厚生は悪化することになる。

$$U_{t-1}^{case1} > U_{t-1}^{case2},\quad U_{t}^{case1} < U_{t}^{case2},\quad U_{t+1}^{case1} > U_{t+1}^{case2},\quad U_{t+s}^{case1} = U_{t+s}^{case2} \qquad (s \geq 2)$$

なお、ここでは議論の混乱を避ける目的で Case 1 との比較のみを行ったが、それ以外のケース間での比較については最後にまとめて報告する。

２．４　全ケース間の比較結果

最後に、ベンチマークケース、Case 1 および Case 2 に加えて、2.2 節で言及した Case A も考慮した全ケース間の比較結果をまとめておく。

＜期間tにおける各ケースの比較＞

（生産量）　$y_t^{bench} < y_t^{caseA} < y_t^{case1} < y_t^{case2}$

（物価）　$P_t^{bench} < P_t^{caseA} < P_t^{case1} < P_t^{case2}$

（若年消費）　$(C_t^y)^{case1} < (C_t^y)^{caseA} < (C_t^y)^{bench}$? $(C_t^y)^{case2}$

（老年消費）　$(C_t^o)^{caseA} < (C_t^o)^{case2} < (C_t^o)^{case1} < (C_t^o)^{bench}$

＜期間$t+1$における各ケースの比較＞

（生産量）　$y_{t+1}^{bench} = y_{t+1}^{case1} = y_{t+1}^{caseA} < y_{t+1}^{case2}$

（物価）　$P_{t+1}^{bench} = P_{t+1}^{case1} = P_{t+1}^{caseA} < P_{t+1}^{case2}$

（若年消費）　$(C_{t+1}^y)^{case2} < (C_{t+1}^y)^{bench} = (C_{t+1}^y)^{case1} = (C_{t+1}^y)^{caseA}$

（老年消費）　$(C_{t+1}^o)^{bench} = (C_{t+1}^o)^{case1} = (C_{t+1}^o)^{caseA} < (C_{t+1}^o)^{case2}$

＜ケース間での各世代の厚生比較＞

（世代$t-1$）　$U_{t-1}^{caseA} < U_{t-1}^{case2} < U_{t-1}^{case1} < U_{t-1}^{bench}$

（世代t）　$U_{t}^{case1} < U_{t}^{caseA} < U_{t}^{bench}$ ？ U_{t}^{case2}

（世代$t+1$）　$U_{t+1}^{case2} < U_{t+1}^{bench} = U_{t+1}^{case1} = U_{t+1}^{caseA}$

（世代$t+2$以降）　$U_{t+s}^{bench} = U_{t+s}^{case1} = U_{t+s}^{caseA} = U_{t+s}^{case2}$　（$s \geq 2$）

ここで、期間tにおける若年消費に関して$(C_t^y)^{bench}$と$(C_t^y)^{case2}$の大小関係が確定しないが、$\dfrac{a}{1-\alpha} > \dfrac{\gamma}{\beta+\gamma}$ならば、$(C_t^y)^{bench} < (C_t^y)^{case2}$となることを（付録と同じ計算手順で）示すことができる。そしてこの場合、世代tの厚生に関して$U_t^{bench} < U_t^{case2}$が成立する。

参考文献

田中淳平（2010.a）「不完全雇用下の国債負担：独占的競争モデルの場合」

北九州市立大学ワーキングペーパーシリーズ

――――（2010.b）「不完全雇用下の国債負担：シンプルなモデルを用いた再検討」

北九州市立大学ワーキングペーパーシリーズ

付録

ここでは本稿の 12 ページにある不等式：$(C_t^o)^{caseA} < (C_t^o)^{case1}$を証明する。この証明自体は容易であるが、以下と同じ証明方法がそれ以降に登場する同様の不等式の証明にも適用することができるので、その導出方法を述べておく。

関数$f(T)$を$f(T) \equiv \dfrac{(C_t^o)^{case1}}{(C_t^o)^{caseA}}$と定義すると、(16)、(17)、(18) より、それは以下のようになる。

$$f(T) = \frac{M}{M-T}\ \frac{P_t^{caseA}}{P_t^{case1}} = \frac{M}{M-T}\left(\frac{\phi M + \dfrac{\gamma}{\beta+\gamma}T}{\phi M + T}\right)^{1-a}$$

ここで、 $f(0)=1$ が成立するので、もし $f'(D)>0$ を証明することができれば、上の不等式を証明できたことになる。ところで、関数 $g(D)$ を

$$g(D) \equiv \log f(D)$$

と定義すると

$$\mathrm{sign}[f'(D)] = \mathrm{sign}[g'(D)]$$

が成立するので、$f'(D)>0$ を証明することと $g'(D)>0$ を証明することは同値である。ここで、後者は容易に証明することができるので、結果的に不等式：$(C_t^o)^{caseA} < (C_t^o)^{case1}$ を証明できたことになる。