The Society for Economic Studies
The University of Kitakyushu
Working Paper Series No.2011-2
(accepted in 5/17/2011)

『非ワルラス的アプローチ』に基づくマクロ経済理論

——ケインズ経済学の真のミクロ的基礎付けを目指して——

第２章　*IS-LM* モデルとその応用

田中淳平[1]

北九州市立大学

＜目次＞

[1] E-mail: j-tanaka@kitakyu-u.ac.jp

第 2 章　*IS-LM* モデルとその応用

前章では 45 度線モデルを一般均衡論的に表現した非ワルラスモデルの基本構造を説明し、それを用いて財政政策の経済厚生効果を詳しく論じたが、本章ではそこで用いられたモデルを拡張することで *IS-LM* モデルを一般均衡論的に表現し、それに基づいて財政政策の厚生効果を前節と同じ手順で再検討する。

IS-LM モデルとは 45 度線モデルに貨幣と債券との間の資産選択問題を導入することで生産量と債券価格（＝債券利子率）の同時決定を考察したモデルであるから、それを一般均衡論的に定式化するためには貨幣と債券の 2 種類の資産を含んだ動学モデルが必要となる。前章の 1.4 節で提示した世代重複モデルはそうした要件を満たす最もシンプルな枠組みであるが、ただ 1.4 節のモデルでは貯蓄手段としての貨幣と債券（＝国債）は完全代替的と想定され、両者の間の資産選択という問題は考慮の外に置かれていた。そこでこの章では 1.4 節のモデルを *MIU* モデル（*Money-In-the-Utility* モデル）、すなわち貯蓄手段としての貨幣は債券のように利子は生まないがそれを保有することで直接的に効用が得られると想定するモデルへと拡張することで、貨幣と債券の間の資産選択を通じて債券価格（＝債券利子率）が内生的に決定されるようなモデルを提示し[2]、その枠組みを用いて 1.4 節と同様の手順で財政政策の厚生効果を再検討する。

以下では、まず 2.1 節で本章のベンチマークモデルを提示し、*IS-LM* モデルもまた非ワルラスモデルの一種として適切に定式化できることを明らかにする。また、この節では実質貨幣残高および実質国債残高の恒久的変化が経済に及ぼす影響についても併せて検討する。次に、2.2 節と 2.3 節では政府が期間 t にのみ家計の効用にも企業の生産性にも寄与しないという意味で無駄な政府支出を実施するような状況を想定し、そのような財政政策が各世代の経済厚生にどのような影響を及ぼすかを論じる。まず 2.2 節では政府支出をその期

[2] こうしたタイプの *IS-LM* モデルの一般均衡論的基礎付けはすでに Rankin（1985, 1986）によって行われている。本章の議論もそれに依拠している。

の若年世代（＝世代t）への一括税で賄う状況――それを Case 1 と呼ぶ――を想定し、そのような財政政策の経済厚生効果をベンチマークケースと比較する形で検討する。また、政府支出の財源を老年期の世代tに課す場合、すなわち政府が期間tの支出財源を世代tからの借金（＝国債発行）で賄い、期間$t+1$におけるその返済分を再びその期の老年世代（＝世代t）に課す場合についても併せて検討する。次に 2.3 節では、政府が期間tにおける政府支出を国債発行で賄い、期間$t+1$にその返済分を次世代、すなわち世代$t+1$への一括税で賄うような状況――それを Case 2 と呼ぶ――を想定して、そのような財政政策の厚生効果を Case 1 と比較する形で検討する。最後に、2.4 節で本節の分析結果を要約し、次章に向けた課題を整理する。

２．１　*IS-LM* モデルの非ワルラス的表現：ベンチマークケース

この節では、*IS-LM* モデルを一般均衡論的に表現した非ワルラスモデルを提示してその基本構造を詳しく説明し、それを用いて恒久的な財政金融政策の効果を検討する。

1.4 節と同様、離散時間の世代重複モデルを想定しよう。各世代の家計数は 1 で固定され、時間を通じて成長しないものとする。各家計は若年期と老年期の 2 期間生き、期間tに若年期を過ごす世代を世代tと呼ぶことにする。各家計は若年期に企業を設立し、そこに自らの労働サービスを供給して賃金収入を獲得すると共に企業の所有者として利潤の配当も受け取り、その期の内に企業を解散するものとする。そして、稼いだ所得を消費と貯蓄に割り振るわけであるが、ここでは貯蓄手段として貨幣と国債の 2 種類が存在するような経済を想定する。この内、貨幣はその期の老年世代が保有しており、若年家計は貯蓄目的でそれを老年世代から買い取り（＝生産活動で得た財を老年家計に販売することで貨幣を獲得し）、自らが老年になったとき今度はその貨幣をその期の若年世代へと売却する（＝その貨幣でその期の若年世代が生産した財を購入する）ものとする。他方、国債は毎期政府によって発行され、若年家計はそれを政府から購入し、老年期になると約束された支払額を政府か

ら受け取る形になる。

以下では、この経済を構成する各経済主体の再決定行動を順に説明し、その結果として生じる非ワルラス的均衡を導出するが、その際、1.4 節と同様に外生的・固定的な価格変数（＝名目財価格 P_t と名目賃金 W_t ）が時間を通じて一定であるような準静学的な経済環境を想定して議論を進める[3]。

（1）　　$P_t = \overline{P}, \quad W_t = \overline{W}$

なお、固定価格パラメーターがどのような領域内に存在するときに以下で考察する「ケインズ的失業の局面」が生じるかについては本章の付録を参照せよ。

政府の行動

ベンチマークケースにおいて、政府は毎期間、前期に発行した国債の返済を行う目的で、新規国債発行と一括税の 2 つの方法で財源を調達する。議論の単純化のため政府が発行する国債は 1 期満期で額面価値が 1 円の割引債とする。このとき期間 t における政府の行動は以下のように表される。

（2）　　$D_{t-1} = Q_t D_t^s + T_t$

ここで、D_{t-1} は期間 $t-1$（＝前期）の国債発行量、D_t^s は期間 t（＝今期）の国債発行量、Q_t は期間 t に発行される国債の市場価格、T_t は一括税である。したがって、例えば Q_t ＝0.9（円）ということは政府が発行した 1 期満期・額面価値 1 円の割引債の市場価格が 0.9 円（＝利子率が約 11%）であることを意味し、また D_t^s ＝100 ということは政府がそれを 100 単位発行する（＝0.9 円×100 単位＝90 円分の資金を調達しようとする）ことを意味している。国債の市場価格 Q_t がその利子率と逆相関の関係にあることは改めて指摘するまでもないで

[3] このモデルの状態変数（＝貨幣供給量と国債供給量）の名目値は通時的に一定と仮定され、かつ各経済主体の意思決定に期待は絡んでこないので、この定常価格の想定の下では各期の市場均衡は完全に等しくなる（＝定常的な市場均衡が実現する）。

あろう。

（2）の両辺を物価$\overline{P}$で割って実質化すると以下のようになる。

（3）　　$d_{t-1} = Q_t d_t^s + \tau_t$

ここで、$d_{t-1} \equiv D_{t-1} / \overline{P}$、$d_t^s \equiv D_t^s / \overline{P}$、$\tau_t \equiv T_t / \overline{P}$である。

以下では、前期の国債発行額D_{t-1}は一定値$\overline{D}$で外生的に与えられており、政府は各期の国債発行量が通時的に一定となるように財政運営を行うと想定する。したがって、各期の国債発行量、および対応する一括税額はそれぞれ以下のようになる。

（4）　　$d_t^s = \overline{d}$，　$\tau_t = (1 - Q_t)\overline{d}$

ここで、$\overline{d} \equiv \overline{D} / \overline{P}$である。なお、本章では議論の単純化のため経済内の名目貨幣量は基本的に変化しない状況を想定して議論を進める。

世代tの行動

期間tにおける若年家計である世代tの効用最大化問題は以下のように定式化できる。

（5）　$$\max_{C_t^y, M_t^d, C_{t+1}^o} \quad U_t = \alpha_1 \log C_t^y + \alpha_2 \log\left(\frac{M_t^d}{\overline{P}}\right) + \alpha_3 \log C_{t+1}^o \qquad (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1)$$

$$\text{s.t.} \quad \overline{P}C_t^y + M_t^d + Q_t D_t^d = \overline{W}L_t^d + \Pi_t - T_t \quad \overline{P}C_{t+1}^o = M_t^d + D_t^d$$

ここで、C_t^yは期間tに若年（young）の家計の消費、C_{t+1}^oは期間$t+1$に老年（old）の家計の消費、M_t^dは世代tの貨幣需要、D_t^dは世代tの国債需要を意味している。また、L_t^dは期間tにおける企業の有効労働需要であり、世代tはこれを制約として受け入れた上で自らの需要計画を再決定する形になる。効用関数については対数線形型を想定して議論を進めるが、以下のような一般的な効用関数を想定しても本節の結論に変化はない[4]。

[4] より正確には、下のような一般的な効用関数の下で本節と同じ結論が成立するためには、

$$U_t = u(C_t^y) + v\left(\frac{M_t^d}{\overline{P}}\right) + \beta u(C_{t+1}^o) \qquad (u' > 0,\ u'' < 0,\ v' > 0,\ v'' < 0)$$

（5）で示された 2 本のフローの予算制約を統合し、かつ（4）を考慮することで、異時点間の予算制約は以下のようになる。

（6） $$C_t^y + (1 - Q_t)m_t^d + Q_t C_{t+1}^o = \overline{w}L_t^d + \pi_t - (1 - Q_t)\overline{d}$$

ここで、$m_t^d \equiv M_t^d / \overline{P}$ 、$\overline{w} \equiv \overline{W} / \overline{P}$ 、$\pi_t \equiv \Pi_t / \overline{P}$ である。

上の効用最大化問題を解くと、その 1 階の条件は次のようになる（以下の式に現れる変数 λ はラグランジュ関数を設定する際に用いられるラグランジュ乗数である）。

（7） $$\frac{\alpha_1}{C_t^y} = \lambda, \quad \frac{\alpha_2}{m_t^d} = \lambda(1 - Q_t), \quad \frac{\alpha_3}{C_{t+1}^o} = \lambda Q_t$$

これら 3 本の式からラグランジュ乗数 λ を消去することで以下を得る。

（8） $$\frac{\alpha_1}{C_t^y} = \frac{\alpha_2}{m_t^d} + \frac{\alpha_3}{C_{t+1}^o} = \frac{1}{Q_t}\frac{\alpha_3}{C_{t+1}^o}$$

ここで、(8) の左の項は 1 単位の実質所得を若年期消費に充てた場合に得られる限界効用、（8）の真ん中の項は 1 単位の実質所得を貨幣保有に充てた場合に得られる限界効用、そして（8）の右の項は 1 単位の実質所得を国債保有に充てた場合に得られる限界効用を意味している。真ん中の項が貨幣保有の限界効用を意味する直感的理由は、1 単位の実質所得を貨幣保有に充てることで、まず家計の効用が直接的に上昇し (→ この部分が α_2 / m_t^d に相当)、なおかつ次期に持ち越した貨幣で財を購入することで消費からの効用も得られる（→ この部分が α_3 / C_{t+1}^o に相当）からである。また、右の項が国債保有からの限界効用を意味することの直感的理由は、1 単位の実質所得を国債保有にまわすことで次期の受取額が $1/Q_t$ 倍になり、その額に相当する老年期消費を享受できるからである。主体均衡において、それら 3 つの用途から得られる限界効用は一致しなければならない――さもないと、相対的に限界

家計の選択する最適な若年期消費に関して $\partial C_t^y / \partial Q_t > 0$ という条件が成立する必要がある。

効用の低い用途に用いられている所得を相対的に限界効用の高い用途に振り向けることで効用が上昇する余地が残ってしまう——ので、効用最大化の必要条件が（8）の形で表現できるのである。なお、教科書的な *IS-LM* モデルでは消費・貯蓄の選択と資産選択（＝貯蓄手段としての貨幣と債券の選択）が別個に定式化されていたが、上のモデルではそれらが 1 つの統合された効用最大化問題として定式化されている点に注意してほしい。この点が *MIU* モデルの一つの特長である。

　以上のような効用最大化に関する意思決定のうち、資産選択にかかわる側面についてもう少し掘り下げて考えてみよう。（8）の真ん中の項と右の項の関係は、次のように書き直せる。

（9）　$$\frac{\alpha_2}{m_t^d}=\left(\frac{1}{Q_t}-1\right)\frac{\alpha_3}{C_{t+1}^o}$$

これは貯蓄を貨幣保有分と国債保有分に割り振る際に満たすべき条件を示しており、その直感的内容は以下のとおりである。*MIU* モデルにおいて貨幣の形で貯蓄を行う場合、それを保有することで直接的に効用（＝（9）の左辺）が得られる反面、国債を保有していれば獲得できたであろう利子収入から得られる効用（＝（9）の右辺）を失うことになる。したがって、家計は主体均衡において両者が均等化するところで貨幣需要を決定しなければならないが、それを示しているのが上の（9）式である。

　ともあれ、上の効用最大化問題を解くことで、世代 t の若年期消費と貨幣需要はそれぞれ以下のようになる。

（10）　$$C_t^y=\alpha_1[\overline{w}L_t^d+\pi_t-(1-Q_t)\overline{d}\,],\quad (1-Q_t)m_t^d=\alpha_2[\overline{w}L_t^d+\pi_t-(1-Q_t)\overline{d}\,]$$

これより、若年期の消費需要 C_t^y と貨幣需要 m_t^d はともに所得（＝$\overline{w}L_t^d+\pi_t$）の増加関数、債券価格 Q_t の増加関数（＝債券利子率の減少関数）となることが分かる。このうち若年期の消費需要が国債価格の増加関数となる理由は、国債価格の上昇によりその期の一括税額

が低下するからであり、貨幣需要が国債価格の増加関数となる理由は、それによって一括税額が低下することに加え、貨幣と代替関係にある国債の価格が上昇することで相対的に安価になった貨幣に対する需要が上昇するからである。

世代$t-1$の行動

期間tにおける老年家計である世代$t-1$は、その期の期首に保有している名目貨幣量$\overline{M}$と政府から受け取る国債の返済分$\overline{D}$を全て消費財の購入に充てるので、その行動は以下のように表せる。

(11) $$\overline{P}C_t^o = \overline{M} + \overline{D} \quad \rightarrow \quad C_t^o = \overline{m} + \overline{d}$$

ここで、C_t^oは期間tに老年（old）の家計の消費量、$\overline{m} \equiv \overline{M} / \overline{P}$である。

企業の行動

企業は毎期その期の若年世代によって設立され、労働サービスのみを生産要素として財を生産する。企業は新古典派的な生産関数：

$$Y = F(L) \quad (F(0)=0,\ F'(L)>0,\ F''(L)<0,\ \lim_{L\to 0}F'(L)=\infty,\ \lim_{L\to\infty}F'(L)=0)$$

を持ち、財市場における需要制約の下で自らの有効労働需要を再決定する。企業が制約として受け入れる有効財需要をY_t^dとおくと、企業の有効労働需要L_t^dおよび実質利潤π_tはそれぞれ以下のようになる。

(12) $$Y_t^d = F(L_t^d) \quad \rightarrow \quad L_t^d = L_t^d(Y_t^d), \quad \pi_t = F(L_t^d) - \overline{w}L_t^d$$

市場均衡の状態

以上で各経済主体の再決定行動を説明し終えたので、このモデルの市場均衡を導出しよ

う。このモデルにおいて有効財需要は以下のように示される。

(13)　　$Y_t^d = C_t^y + C_t^o$

企業はこの Y_t^d に等しいだけの財を生産するわけであるが、上式の右辺を構成する各世代の消費需要はそれぞれ（10）の第1式と（11）で与えられ、かつ（12）より $\overline{w}L_t^d + \pi_t = F(L_t^d)$ が成立するので、結局（13）を以下のように書き直すことができる。

(14)　　$F(L_t^d) = \alpha_1[F(L_t^d) - (1-Q_t)\overline{d}\,] + \overline{m} + \overline{d}$

一方、家計（＝世代 t ）が企業の有効労働需要に等しいだけの労働を供給し、企業が家計の有効財需要に等しいだけの財を供給するような状況下（＝すなわち財市場と労働市場が共に“均衡”しているような状況下）では、（5）で示されている世代 t の期間 t に関するフローの予算制約、（11）および（12）を統合することで以下が成立する。

(15)　　$[M_t^d - \overline{M}\,] + [D_t^d - D_t^s] = 0$

これは、財市場と労働市場の両方が均衡しているなら、貨幣市場と国債市場の 2 つの市場の内、片方の市場が均衡するともう片方の市場も必ず均衡することを示している。したがって、以下では貨幣市場の均衡条件に注目して議論を進めることにするが、（10）の第2式より、その条件は以下のようになる。

(16)　　$m_t^d = \overline{m} \quad \rightarrow \quad (1-Q_t)\overline{m} = \alpha_2[F(L_t^d) - (1-Q_t)\overline{d}\,]$

以上で、このモデルの2つの内生変数（＝生産量 $F(L_t^d)$ と国債価格 Q_t ）に対して2本の均衡式（＝（14）式と（16）式）が揃い、体系が完結した。このうち（14）は、所与の国債価格 Q_t の下で、（財市場と労働市場の両方で）ちょうど有効需要に等しいだけの供給が実現するような均衡生産量を導出する式であり、教科書的な *IS-LM* モデルにおける *IS* 曲線に相当しているのに対し、（16）は所与の生産量 $F(L_t^d)$ の下で金融資産市場（＝貨幣市場と

国債市場の双方）を均衡させるような均衡国債価格を導出する式であり、教科書的な *IS-LM* モデルにおける *LM* 曲線に相当している。この 2 式から均衡生産量と均衡国債価格を求めると以下のようになる（これ以降は生産量を $F(L_t^d)$ ではなく Y_t と表記する）。

（17） $$Y_t^{bench} = \frac{(\overline{m}+\overline{d})(\overline{m}+\alpha_2\overline{d})}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}}, \quad Q_t^{bench} = \frac{\alpha_3\overline{m}}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}}$$

また、（10）、（11）、（17）などから、均衡における世代$t-1$の老年期消費、および世代tの若年期消費と実質貨幣保有はそれぞれ以下のようになる。

（18） $$(C_t^o)^{bench} = \overline{m} + \overline{d}\ , \quad (C_t^y)^{bench} = \frac{\alpha_1\overline{m}(\overline{m}+\overline{d})}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}}, \quad (m_t^d)^{bench} = \overline{m}$$

以下では、このモデルにおいて実質貨幣供給量$\overline{m}$や実質国債供給量$\overline{d}$の恒久的変化が均衡生産量や均衡国債価格、および各世代の経済厚生にどのような影響を及ぼすかを考察しよう。まず実質貨幣供給量$\overline{m}$の影響については次の結果が成立する。

$$\frac{\partial Y_t^{bench}}{\partial\overline{m}}>0, \quad \frac{\partial Q_t^{bench}}{\partial\overline{m}}>0, \quad \frac{\partial(C_t^o)^{bench}}{\partial\overline{m}}>0, \quad \frac{\partial(C_t^y)^{bench}}{\partial\overline{m}}>0, \quad \frac{\partial(m_t^d)^{bench}}{\partial\overline{m}}>0$$

このモデルにおいて実質貨幣供給量$\overline{m}$が増加する状況とは、政府が貨幣を新たに発行してそれをその期の老年家計へと配分するような状況を意味するが、そうした変化は老年家計の消費を刺激して企業の生産量（＝若年家計の所得）を引き上げることになる。さらに若年家計の所得が上昇することで彼の貨幣需要と国債需要は共に増加するが、国債供給量は一定なので金融資産市場では国債の超過需要（＝貨幣の超過供給）が生じ、再び均衡が回復するまで国債価格が上昇することになる。なお、こうした変化を通じて均衡における老年家計の消費水準や（その期以降の全ての）若年家計の消費水準と貨幣保有額が増加するので、このモデルにおいて実質貨幣供給量の恒久的上昇は全ての世代の効用水準を改善することになる。

他方、実質国債供給量$\overline{d}$の恒久的上昇が均衡生産量と均衡国債価格、および各世代の経済厚生に与える影響は以下のようになる。

$$\frac{\partial Y_t^{bench}}{\partial \overline{d}} > 0, \quad \frac{\partial Q_t^{bench}}{\partial \overline{d}} < 0, \quad \frac{\partial (C_t^o)^{bench}}{\partial \overline{d}} > 0, \quad \frac{\partial (C_t^y)^{bench}}{\partial \overline{d}} > 0, \quad \frac{\partial (m_t^d)^{bench}}{\partial \overline{d}} = 0$$

このモデルにおいて実質国債供給量 $\overline{d}$ が増加する状況とは、その期の老年世代の国債保有量が増加し（＝政府から受け取る返済額が上昇し）、これに対応して若年家計が負担する一括税額が上昇する状況、すなわち若年世代から老年世代への“所得移転”が永続的に実施されるような状況を意味する。したがって、他の条件が一定ならこうした変化は老年家計の消費に正の影響、若年家計の消費に負の影響を及ぼすことになるが、このモデルでは老年家計はその収入増加分を全て消費に充てるのに対し、若年家計の消費額の減少額はその消費平準化行動によって一括税の増加額よりも小さくなるので、結局、国債供給量の増加は有効財需要を刺激して企業の生産量（＝若年家計の所得）を引き上げることになる。そして、この変化によって“所得移転”の恩恵を受ける老年世代の消費が改善するのはもちろん、一括税を負担する若年世代の消費もまた所得の上昇によって増加するというのが上の $\partial Y_t^{bench} / \partial \overline{d} > 0$ という結果の意味するところである。他方、国債供給量の上昇が国債価格に与える影響については、若年家計の所得の上昇によって彼の貨幣需要と国債需要が共に増加する一方で貨幣供給量に変化はないので、金融資産市場において貨幣の超過需要（＝国債の超過供給）が生じ、その不均衡が解消されるまで国債価格が低下することになる。最後に、国債供給量の増加が各世代の効用水準に与える影響については、上述のように老年家計および（その期以降の全ての）若年家計の消費水準がこの変化によって改善される一方で、若年家計の貨幣保有残高は変化しないので、実質国債供給量の恒久的上昇は全ての世代の効用水準を改善することになる[5]。

[5] Rankin（1986）は、実質国債供給量の恒久的変化に関する以上の議論を、資本蓄積過程などを考慮したより一般的な理論的枠組みの下で論じている。言い換えると、本節の議論は Rankin（1986）のオリジナルの議論から資本蓄積など関する論点を捨象した単純なモデルを用いて Rankin の議論を説明し直したものに相当している。一方、田中（2010a）の第 6 章では、Rankin（1986）の議論から貨幣取引を捨象した別の単純化されたモデルを用いて同種の問題を論じているが、やはり得られる結論は本節と同じである。

なお、以上は不完全雇用下における実質国債供給量の恒久的変化に関する議論であるが、完全雇用下における同種の分析は Diamond（1965）の古典的論文によって行われている。

２．２　政府支出の効果

本節では政府支出の経済効果を前節のベンチマークモデルを用いて分析する。以下では、政府は期間tにのみ、家計の効用にも企業の生産性にも寄与しないような無駄な政府支出を実施する状況を想定する。さらにこの節では主として、その財源の調達方法として政府が世代tの若年期に同額の一括税を課すケース――これをCase 1 と呼ぶ――を分析するが、政府が期間tの支出の財源をいったん世代tからの借金（＝国債発行）で賄い、期間$t+1$におけるその返済分を再び老年期の世代tに課す場合についても併せて検討する（借金の返済分が次世代、すなわち世代$t+1$へと転嫁される場合は次節で論じる）[6]。

なお、以下の 2 つの節（2.2 節と 2.3 節）における議論の手順およびそこから導出される結論は前章の 1.4 節とほとんど同じであるから、分析の詳細に興味のない読者はこれら 2 節を読み飛ばして 2.4 節の結論に目を通すだけでかまわない。また、分析の詳細に興味のある読者も、1.4 節における議論を参照しながら以下で示される諸結果を自力で導出してみることをおすすめする。

政府の行動

期間tにおいて政府は、前期に発行した国債の返済分と政府支出のための財源を、新規国債発行および一括税によって調達する。ベンチマークケースと同様、前期の国債発行額D_{t-1}は$\overline{D}$で与えられているものとする。ゆえに期間tにおける政府の予算制約式は以下のようになる。

(19)　$$\overline{D}+\overline{P}G=Q_tD_t^s+T_t \qquad （もしくは、\overline{d}+G=Q_td_t^s+\tau_t）$$

その議論の解説についても田中（2010a）の第 6 章を参照せよ。

[6] Ogawa and Ono（2010）は、以下の 2.2 節と 2.3 節で論じる内容を、より一般的なモデル設定の下での検討している。言い換えると、以下の 2 つの節の議論は彼らの議論をより単純化したモデル設定の下で説明し直したものに相当している。

ここで、G は実質政府支出を意味する。Case 1 においても、前節のベンチマークケースと同様に、政府は毎期の実質国債発行額をその初期値である $\bar{d}$ （時間を通じて一定）に維持するものとする。

（20）　$$d_t^s = \bar{d}$$

ゆえに対応する一括税額は

（21）　$$\tau_t = (1 - Q_t)\bar{d} + G$$

となり、これが若年期の世代 t に課されることになる。（4）の第 2 式との比較から明らかなように、Case 1 における世代 t の税負担はベンチマークケースよりも G だけ大きくなる。

世代 t の行動

この場合の世代 t の効用最大化問題は以下のようになる。

（22）　$$\max_{C_t^y, M_t^d, C_{t+1}^o} \quad U_t = \alpha_1 \log C_t^y + \alpha_2 \log\left(\frac{M_t^d}{\bar{P}}\right) + \alpha_3 \log C_{t+1}^o \qquad (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1)$$

$$\text{s.t.} \quad \bar{P}C_t^y + M_t^d + Q_t D_t^d = \bar{W}L_t^d + \Pi_t - T_t, \quad \bar{P}C_{t+1}^o = M_t^d + D_t^d$$

$$(\rightarrow \quad C_t^y + (1 - Q_t)m_t^d + Q_t C_{t+1}^o = \bar{w}L_t^d + \pi_t - (1 - Q_t)\bar{d} - G\ )$$

前節のベンチマークケースとの唯一の違いは、世代 t が負担する一括税の実質額がベンチマークでは（4）の第 2 式で与えられたのに対し、ここでは（21）になるという点である。なお、効用関数については前節と同様に対数線形型の効用関数を想定して議論を進めるが、ホモセティックな効用関数を想定する限り、以下の 2 つの節（2.2 節と 2.3 節）の結論に基本的な変化はない[7]。

[7] 厳密に言えば、ホモセティックな効用関数の下で以下の 2 つの節（2.2 節と 2.3 節）と同じ結果が成立するためには、その効用関数の下で導出される需要関数にいくつかの条件を課す必要がある。なお、よく用いられる CRRA 型の効用関数、すなわち

上の問題を解くことで、世代tの期間tにおける消費需要と貨幣需要はそれぞれ以下のようになる。

（23）　$C_t^y = \alpha_1 [\overline{w}L_t^d + \pi_t - (1-Q_t)\overline{d} - G]$

$$(1-Q_t)m_t^d = \alpha_2 [\overline{w}L_t^d + \pi_t - (1-Q_t)\overline{d} - G]$$

世代$t-1$と企業の行動

世代$t-1$と企業の行動は前節のベンチマークケースと全く同じなので、その結果を再掲すると以下のとおり。

（11）　$C_t^o = \overline{m} + \overline{d}$

（12）　$Y_t^d = F(L_t^d) \quad \rightarrow \quad L_t^d = L_t^d(Y_t^d), \quad \pi_t = F(L_t^d) - \overline{w}L_t^d$

市場均衡の状態

Case 1 では政府も期間tに財を購入するので、有効財需要は以下のようになる。

（24）　$Y_t^d = C_t^y + C_t^o + G \qquad \partial C_t^y / \partial Q_t \geq 0$

（23）の第 1 式と（11）、および（12）より導かれる関係：$\overline{w}L_t^d + \pi_t = F(L_t^d)$を用いて（24）を書き直すことで、このモデルの$IS$曲線は以下のようになる。

（25）　$F(L_t^d) = \alpha_1 [F(L_t^d) - (1-Q_t)\overline{d} - G] + \overline{m} + \overline{d} + G$

他方、このモデルのLM曲線、すなわち貨幣市場の均衡条件式は、（23）の第 2 式より以下のようになる。

$$U_t = \alpha_1 \frac{(C_t^y)^{1-\theta}}{1-\theta} + \alpha_2 \frac{(M_t^d / \overline{P})^{1-\theta}}{1-\theta} + \alpha_3 \frac{(C_{t+1}^o)^{1-\theta}}{1-\theta}$$

は$1-\theta$次同次関数（それゆえ、ホモセティック関数）であるが、この効用関数の下では$\partial C_t^y / \partial Q_t \geq 0$という条件を追加するだけで以下の 2 つの節と同じ結論が成立する。

（26）　　$m_t^d = \overline{m} \quad \rightarrow \quad (1-Q_t)\overline{m} = \alpha_2 [F(L_t^d) - (1-Q_t)\overline{d} - G]$

したがって、以上の 2 式から Case 1 の均衡生産量と均衡国債価格を以下のように導出できる。

（27）　　$Y_t^{case1} = \dfrac{(\overline{m}+\overline{d})(\overline{m}+\alpha_2\overline{d})}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}} + G \quad (= Y_t^{bench} + G)$

$$Q_t^{case1} = \frac{\alpha_3\overline{m}}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}} \quad (= Q_t^{bench})$$

（17）との比較から明らかなように、Case 1 における均衡生産量はベンチマークケースよりも大きくなる。Case 1 では政府支出 G_t が実施されることで総需要が引き上げられる反面、その財源として世代 t に同額の一括税が課されることで C_t^y が低下するが、世代 t の消費平準化行動によりその低下幅は G_t よりも小さくなる（→（23）の第 1 式を見よ）ので、均衡生産量がベンチマークケースよりも大きくなるのである。なお、(27) よりこのモデルの均衡予算乗数は 1 となることが分かる。一方、均衡国債価格に関してはベンチマークケースと Case 1 の間で変化はないが、これは（23）の第 2 式から見て取れるように、政府支出の変化と総所得の変化が完全に相殺し合う結果、ベンチマークケースと Case 1 との間で貨幣需要が等しくなるからである。

　最後に、均衡における各世代の消費および貨幣保有の状況を見ておこう。(23)、(26)、(27) より、均衡における世代 $t-1$ の消費、および世代 t の消費と貨幣保有はそれぞれ以下のようになる。

（28）　　$(C_t^o)^{case1} = \overline{m} + \overline{d} \quad (= (C_t^o)^{bench})$

$$(C_t^y)^{case1} = \frac{\alpha_1\overline{m}(\overline{m}+\overline{d})}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}} \quad (= (C_t^y)^{bench})$$

$$(m_t^d)^{case1} = \overline{m} \quad (= (m_t^d)^{bench})$$

これより、期間 t における各世代の消費と貨幣保有は、ベンチマークケースと Case 1 とで完全に等しくなることが分かるが、特に興味深いのは世代 t の消費が両ケースで等しくなる

という結果（＝（28）の第 2 式）である。Case 1 では世代tが負担する一括税額が上昇するため、一見すると世代tの厚生が悪化するように思われるかもしれないが、実際には税負担の上昇分をちょうど相殺するように均衡生産量（＝世代tの税引き前の所得）が増加するので、結果的に世代tの可処分所得は低下せず、その若年期消費もベンチマークケースと同水準に保たれるのである。

以上が期間tにおける市場均衡であるが、期間$t+1$以降については、各期の老年家計の保有する実質貨幣残高が変化しないことに加え、政府も期間$t+1$以降は経済に介入しないので、ベンチマークケースとCase 1 とで全く同じ均衡が成立する。したがって、両ケースは経済厚生の観点からは全く同じ状態を実現していると結論付けることができる[8]。

一括税を老年期の世代tに課す場合

ここまでは政府が期間tにおける政府支出の財源を若年期の世代tに一括税の形で課した場合の議論であるが、以下ではその支出財源を老年期の世代tに一括税の形で課す場合、すなわち期間tにおける政府支出をいったん世代tからの借金で賄い、次期（＝期間$t+1$）にその返済分を再び世代tへの一括税で賄うケースについて検討しておこう。結論を先取りすると、このケースでは「リカードの中立命題」が成立することで、その市場均衡は Case 1 と全く同じになる。

政府の行動から説明しよう。期間tに政府が満たすべき予算制約は今までと同様、以下のようになる。

（29）　$\overline{D} + \overline{P}G = Q_t D_t^s + T_t$　（もしくは、$\overline{d} + G = Q_t d_t^s + \tau_t$）

このケースにおいて政府は一括税額をベンチマークケースと同じ水準（→（4）を見よ）に

[8] なお、以上の結論は、期間tにおける政府支出分の財源をその期の若年世代に課した場合の結果であるが、政府がその財源をその期の老年世代（＝世代$t-1$）に課した場合、世代tの若年期消費はベンチマークケースと等しい水準に保たれる一方で、世代$t-1$の消費水準はベンチマークケースよりも低下するので、この場合、政府支出の実施は経済厚生をパレートの意味で悪化させる結果となる。

設定する一方で、期間tの政府支出財源を国債の追加発行によって賄う形になるので、この期の一括税額と国債発行額はそれぞれ以下のようになる。

（30）　$\tau_t = (1-Q_t)\bar{d}$，　$d_t^s = \bar{d} + Q_t^{-1}G$

また、期間$t+1$における政府の予算制約は以下のようになる。

（31）　$D_t = Q_{t+1}D_{t+1}^s + T_{t+1}$　（もしくは、$d_t = Q_{t+1}d_{t+1}^s + \tau_{t+1}$）

政府支出が実施されるのは期間tだけなので、期間$t+1$の政府予算に政府支出は現れてこない。また、政府は前期（＝期間t）に政府支出を賄うために国債を追加発行したが、その返済分は一括税で賄われ、この期の国債発行額はベンチマークケースと同じ水準$\bar{d}$へと引き下げられるので、以下が成立する。

（32）　$d_t = \bar{d} + Q_t^{-1}G$，　$d_{t+1}^s = \bar{d}$，　$\tau_{t+1}^y = (1-Q_{t+1})\bar{d}$，　$\tau_{t+1}^o = Q_t^{-1}G$

ここで、τ_{t+1}^yはこの期の若年世代（＝世代$t+1$）に課される一括税額、τ_{t+1}^oはこの期の老年世代（＝世代t）に課される一括税額を意味している。このケースでは、期間tの政府支出を賄うために追加発行された国債の返済分は老年期を迎えた世代tへの一括税で徴収し、それ以外の部分（＝国債残高を$\bar{d}$に維持するために必要な税額）は世代$t+1$への一括税で賄う状況を想定しているので、各世代の一括税負担は（32）のように表されるのである。なお、期間$t+2$以降の政府の行動はベンチマークケースと同じなので議論は省略する。

次に、期間tにおける世代tの効用最大化問題は以下のようになる。

$$\max_{C_t^y, M_t^d, C_{t+1}^o} \quad U_t = \alpha_1 \log C_t^y + \alpha_2 \log\left(\frac{M_t^d}{\bar{P}}\right) + \alpha_3 \log C_{t+1}^o \quad (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1)$$

$$\text{s.t.} \quad \bar{P}C_t^y + M_t^d + Q_t D_t^d = \bar{W}L_t^d + \Pi_t - T_t \quad \bar{P}C_{t+1}^o = M_t^d + D_t^d - \bar{P}\tau_{t+1}^o$$

$$\rightarrow \quad C_t^y + (1-Q_t)m_t^d + Q_t C_{t+1}^o = \bar{w}L_t^d + \pi_t - (1-Q_t)\bar{d} - G$$

ここで、2本のフローの予算制約を異時点間の予算制約へと書き換える過程で（30）の第1

式と（32）の第 4 式を用いている。これより、このケースにおける世代tの予算制約は（22）で示されている Case 1 のそれと全く同じになり、両者の間で消費・貯蓄の意思決定に差が生じないことが分かる。これは、たとえ期間tに政府がその支出財源を調達するための増税を見送ったとしても、その借金返済のための増税が期間$t+1$に実現することを世代tが正しく認識しているならば、その異時点間の予算制約に変化は生じないといういわゆる「リカードの中立命題」が成立することを意味している。この場合、世代tの期間tにおける最適計画は Case 1 の（23）と同じになり、かつその他の経済主体（＝世代$t-1$と企業）の期間tにおける行動も Case 1 と何ら相違がないので、その結果として成立する市場均衡の状態も Case 1 に一致する。

なお、期間$t+1$については（32）より世代tの予算制約は Case 1 と同様、

$$
\begin{aligned}
C^o_{t+1} &= \overline{m} + d_t - \tau^o_{t+1} \\
&= \overline{m} + \overline{d}
\end{aligned}
$$

となり、かつそれ以外の経済主体の行動も Case 1 と全く同じなので、期間$t+1$以降についてもその市場均衡の状態は Case 1 と同じになる。これより、期間tの政府支出財源を世代tへの一括税で賄う場合は、その課税のタイミングが若年期であっても老年期であっても、成立する市場均衡の状態に変化はないことが確認できた。

２．３　国債負担

前節では期間tにおける政府支出財源を世代tから調達する場合を想定して分析を行ったが、この節ではそれを世代$t+1$（＝次世代）へと転嫁するケース、すなわち期間tにおける政府支出財源をいったん世代tからの借金（＝新規国債発行）で賄い、期間$t+1$にその返済分を世代$t+1$からの一括税で調達するようなケース――これを Case 2 と呼ぶ――を想定して財政政策の経済厚生効果を再検討する。以下では、2.3.1 節で期間tにおける市場均衡を、

2.3.2 節で期間$t+1$における市場均衡を導出し、その結果を Case 1 と比較する。

２．３．１　期間tにおける市場均衡

政府の行動

Case 2 の期間tにおける政府の行動は、前節の最終項（＝「一括税を老年期の世代tに課す場合」の項）と同じになる。すなわち、Case 2 において政府はこの期の一括税額をベンチマークケースと同じ水準に設定し、政府支出財源を国債の追加発行によって賄うので、この期の政府の予算制約、および一括税額と国債発行額はそれぞれ以下のようになる。

(33)　$\overline{D}+\overline{P}G=Q_tD_t^s+T_t$　（もしくは、$\overline{d}+G=Q_td_t^s+\tau_t$）

$$\tau_t=(1-Q_t)\overline{d}\,,\quad d_t^s=\overline{d}+Q_t^{-1}G$$

世代tの行動

この場合の世代tの効用最大化問題は以下のようになる。

(34)
$$\max_{C_t^y,M_t^d,C_{t+1}^o}\quad U_t=\alpha_1\log C_t^y+\alpha_2\log\left(\frac{M_t^d}{\overline{P}}\right)+\alpha_3\log C_{t+1}^o\qquad(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=1)$$

$$\text{s.t.}\quad \overline{P}C_t^y+M_t^d+Q_tD_t^d=\overline{W}L_t^d+\Pi_t-T_t\qquad \overline{P}C_{t+1}^o=M_t^d+D_t^d$$

$$\rightarrow\quad C_t^y+(1-Q_t)m_t^d+Q_tC_{t+1}^o=\overline{w}L_t^d+\pi_t-(1-Q_t)\overline{d}$$

前節との違いは、ここでは世代tは若年期にも老年期にも期間tの政府支出財源を負担していない点である（前節の Case 1 では若年期に、前節の最終項の議論ではその老年期にその財源を一括税の形で負担した)。この効用最大化問題を解くことで、若年期消費と貨幣需要はそれぞれ以下のようになる。

(35)
$$C_t^y=\alpha_1[\overline{w}L_t^d+\pi_t-(1-Q_t)\overline{d}\,],\quad (1-Q_t)m_t^d=\alpha_2[\overline{w}L_t^d+\pi_t-(1-Q_t)\overline{d}\,]$$

世代$t-1$と企業の行動

世代$t-1$と企業の行動は以前と全く同じなので、その結果を再掲すると以下のとおり。

（11） $C_t^o = \overline{m} + \overline{d}$

（12） $Y_t^d = F(L_t^d) \quad \rightarrow \quad L_t^d = L_t^d(Y_t^d), \quad \pi_t = F(L_t^d) - \overline{w}L_t^d$

市場均衡の状態

Case 1 と同様、Case 2 の有効財需要も以下のようになる。

（36） $Y_t^d = C_t^y + C_t^o + G$

（35）の第 1 式と（11）、および（12）より導かれる関係：$\overline{w}L_t^d + \pi_t = F(L_t^d)$を用いて（36）を書き直すことで、このモデルの IS 曲線は以下のようになる。

（37） $F(L_t^d) = \alpha_1[F(L_t^d) - (1-Q_t)\overline{d}] + \overline{m} + \overline{d} + G$

他方、このモデルの LM 曲線、すなわち貨幣市場の均衡条件式は（35）の第 2 式より以下のようになる。

（38） $m_t^d = \overline{m} \quad (1-Q_t)\overline{m} = \alpha_2[F(L_t^d) - (1-Q_t)\overline{d}]$

したがって、以上の 2 式から Case 2 の期間tにおける均衡生産量と均衡国債価格をそれぞれ以下のように導出できる。

（39） $$Y_t^{case2} = \frac{(\overline{m}+\overline{d})(\overline{m}+\alpha_2\overline{d})}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{\overline{d}}} + \frac{\overline{m}+\alpha_2\overline{d}}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{\overline{d}}}G \quad (> Y_t^{case1})$$

$$Q_t^{case2} = \frac{\alpha_3\overline{m}}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{\overline{d}}} - \frac{\alpha_2}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{\overline{d}}}G \quad (< Q_t^{case1})$$

（27）との比較から明らかなように、均衡生産量に関しては Case 2 の方が Case 1 よりも大きくなり、均衡国債価格に関しては Case 1 の方が Case 2 よりも大きくなる。この内、

前者の結果が成立する理由は、Case 2 では政府支出が有効需要に加わると同時に、その税負担が次世代へと繰り越されることで期間tの若年期消費C_t^yが減少しないためである（Case 1 では世代tが一括税を負担したためC_t^yがいくぶん減少した）。他方、後者が成立する理由は、Case 1 と Case 2 で貨幣供給量は同じなのに対し、貨幣需要は（Case 2 の方が均衡生産量が大きいことを反映して）Case 2 の方が大きくなるためである。

また、この期の市場均衡における各世代の消費や貨幣保有額については、(35)、(11)、(39)より以下が成立する。

（40）
$$(C_t^o)^{case2} = \overline{m} + \overline{d} \quad (= (C_t^o)^{case1})$$

$$(C_t^y)^{case2} = \frac{\alpha_1 \overline{m}(\overline{m} + \overline{d})}{(1-\alpha_1)\overline{m} + \alpha_2 \overline{d}} + \frac{\alpha_1 m}{(1-\alpha_1)\overline{m} + \alpha_2 \overline{d}} G \quad (> (C_t^y)^{case1})$$

$$(m_t^d)^{case2} = \overline{m} \quad (= (m_t^d)^{case1})$$

したがって、Case 2 においては世代tの若年期消費が Case 1 の時よりも大きくなることが分かる。

２．３．１　期間$t+1$における市場均衡

政府の行動

期間$t+1$に政府支出は実施されないので、政府は前期に発行した国債の返済分D_tを新規国債発行D_{t+1}^sと一括税T_{t+1}によって調達することになる。すなわち、この期の政府の予算制約は以下のようになる。

（41）
$$D_t = Q_{t+1} D_{t+1}^s + T_{t+1} \quad (\text{もしくは、} d_t = Q_{t+1} d_{t+1}^s + \tau_{t+1})$$

ここで、d_tについては（33）で示されており、またd_{t+1}^sについては今までと同様に$\overline{d}$の水準に調整する状況を想定するので、この期の一括税額――それは全て世代$t+1$へと課せら

れる――は以下のようになる。

(42) $$d_t = \overline{d} + G / Q_t^{case2}, \quad d_{t+1}^s = \overline{d} \quad \rightarrow \quad \tau_{t+1} = (1 - Q_{t+1})\overline{d} + G / Q_t^{case2}$$

世代tの行動

世代tは前期から持ち越した実質貨幣残高$\overline{m}$と政府からの借金返済額d_tを全て老年期の消費に充てるので、その行動は以下のようになる。

(43) $$C_{t+1}^o = \overline{m} + d_t$$

$$= \overline{m} + \overline{d} + G / Q_t^{case2}$$

ここで、2 つ目の等号の導出の際に（42）を用いている。

世代$t+1$の行動

世代$t+1$は政府から（42）で示されている額の一括税τ_{t+1}を課されるので、その効用最大化問題は以下のようになる。

(44) $$\max_{C_{t+1}^y, M_{t+1}^d, C_{t+2}^o} \quad U_{t+1} = \alpha_1 \log C_{t+1}^y + \alpha_2 \log\left(\frac{M_{t+1}^d}{\overline{P}}\right) + \alpha_3 \log C_{t+2}^o \quad (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1)$$

$$\text{s.t.} \quad \overline{P} C_{t+1}^y + M_{t+1}^d + Q_{t+1} D_{t+1}^d = \overline{W} L_{t+1}^d + \Pi_{t+1} - \overline{P}\tau_{t+1}, \quad \overline{P} C_{t+2}^o = M_{t+1}^d + D_{t+1}^d$$

$$\rightarrow \quad C_{t+1}^y + (1 - Q_{t+1}) m_{t+1}^d + Q_{t+1} C_{t+2}^o = \overline{w} L_{t+1}^d + \pi_{t+1} - (1 - Q_{t+1})\overline{d} - G / Q_t^{case2}$$

この問題を解くことで、世代$t+1$の期間$t+1$における消費需要と貨幣需要はそれぞれ以下のようになる。

(45) $$C_{t+1}^y = \alpha_1 [\overline{w} L_{t+1}^d + \pi_{t+1} - (1 - Q_{t+1})\overline{d} - G / Q_t^{case2}]$$

$$(1 - Q_{t+1}) m_{t+1}^d = \alpha_2 [\overline{w} L_{t+1}^d + \pi_{t+1} - (1 - Q_{t+1})\overline{d} - G / Q_t^{case2}]$$

企業の行動

企業の行動は今までと本質的に同じ（＝添え字のtが$t+1$に変化するだけ）なので、その行動は再掲すると以下のとおり。

（12）　$Y_{t+1}^d = F(L_{t+1}^d) \quad \rightarrow \quad L_{t+1}^d(Y_{t+1}^d) \quad \pi_{t+1} = F(L_{t+1}^d) - \overline{w}L_{t+1}^d$

市場均衡の状態

政府は期間$t+1$には政府支出を行わないので、有効財需要は以下のようになる。

（46）　$Y_{t+1}^d = C_{t+1}^y + C_{t+1}^o$

（43）、（45）の第 1 式、および（12）で示されている$\overline{w}L_{t+1}^d + \pi_{t+1} = F(L_{t+1}^d)$を用いて（46）を書き直すことで、このケースの$IS$曲線は次のようになる。

（47）　$F(L_{t+1}^d) = \alpha_1[F(L_{t+1}^d) - (1-Q_{t+1})\overline{d} - G/Q_t^{case2}] + \overline{m} + \overline{d} + G/Q_t^{case2}$

他方、このモデルのLM曲線、すなわち貨幣市場の均衡条件式は、（45）の第 2 式より以下のようになる。

（48）　$m_{t+1}^d = \overline{m} \quad \rightarrow \quad (1-Q_{t+1})\overline{m} = \alpha_2[F(L_{t+1}^d) - (1-Q_{t+1})\overline{d} - G/Q_t^{case2}]$

したがって、この期の均衡生産量と均衡国債価格はそれぞれ以下のように求められる。

（49）
$$Y_{t+1}^{case2} = \frac{(\overline{m}+\overline{d})(\overline{m}+\alpha_2\overline{d})}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}} + G/Q_t^{case2} \quad (> Y_{t+1}^{case1})$$
$$Q_{t+1}^{case2} = \frac{\alpha_3\overline{m}}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}} \quad (= Q_{t+1}^{case1})$$

これより、Case 2 の期間$t+1$における均衡生産量は Case 1 よりも大きくなり、均衡国債価格は両ケースで一致することが分かる。この内、前者の結果が成立する理由は、期間tにおける政府支出の財源を世代$t+1$へと転嫁することで、期間$t+1$において消費性向が相対的に低い若年世代（＝世代$t+1$）から消費性向が相対的に高い老年世代（＝世代t）への所得移転が生じ、それが有効財需要を刺激するからであり、後者の結果が成立する理由は、

以上の理由で生じる均衡生産量（＝若年家計の所得）の上昇と転嫁される税負担とが完全に相殺されることで、世代$t+1$の貨幣需要が Case 1 の時と同じになるからである（この点に関しては（26）と（48）の比較から見て取れる）。

また、(43)、(45)、(49) より、均衡における各世代の消費および貨幣保有の状況はそれぞれ以下のようになる。

（50）　$$(C_{t+1}^{o})^{case2} = \overline{m} + \overline{d} + G/Q_t^{case2} \ > \ (C_{t+1}^{o})^{case1}$$

$$(C_{t+1}^{y})^{case2} = \frac{\alpha_1\overline{m}(\overline{m}+\overline{d})}{(1-\alpha_1)\overline{m}+\alpha_2\overline{d}} \quad (= (C_{t+1}^{y})^{case1})$$

$$(m_{t+1}^{d})^{case2} = \overline{m} \quad (= (m_{t+1}^{d})^{case1})$$

この結果において特筆すべきはやはり第 2 式、すなわち政府支出分の税負担を転嫁されたはずの世代$t+1$の若年期消費の水準が、負担転嫁が行われない Case 1 の時の若年期消費と変わらないという結果であろう。これは、上述したように税負担の転嫁に伴う“所得移転”の効果を通じて世代$t+1$の税負担をちょうど相殺するだけの均衡生産量の上昇が実現するからである。

以上で Case 2 における期間tおよび期間$t+1$の均衡を論じ終えた。期間$t+2$以降については、各期の老年家計の保有する貨幣と国債が再び$\overline{m}$と$\overline{d}$で固定されることに加え、政府も期間$t+2$以降は経済に介入しないので、Case 2 と Case 1 とで全く同じ均衡が成立する。したがってこの節の分析結果を要約すると以下のようになる。

$$U_{t-1}^{case1} = U_{t-1}^{case2}, \quad U_t^{case1} < U_t^{case2}, \quad U_{t+s}^{case1} = U_{t+s}^{case2} \quad (s = 1,2,3,\cdots)$$

すなわち、Case 2 においては（Case 1 と比較して）世代tの効用が改善され、それ以外の世代の効用は両ケースで等しくなるので、Case 2 は Case 1 よりもパレートの意味で経済厚生が改善された状態となる。したがって、（前章の 45 度線モデルの時と同様）*IS-LM* モデルの枠組みにおいても、税負担の将来世代への転嫁によって将来世代の厚生が悪化するわけではなく、しかも税負担を負わなくて済む現在世代の厚生は改善するわけであるから、

国債負担の問題は生じないことが分かる。

２．４　要約

本章では、前章の 1.4 節で提示されたモデル（＝世代重複型の 45 度線モデル）に、貨幣と国債との間の不完全代替性を定式化するための標準的想定（＝money in the utility の想定）を導入することで、教科書的な *IS-LM* モデルを一般均衡モデルとして定式化できる（＝ケインズの流動性選好理論を非ワルラスモデルの拡張形として自然に表現できる）ことを示し、そのモデルを用いて財政政策の厚生効果を 1.4 節と同じ手順で再検討した。1.4 節のモデル設定の下では

（ｉ）無駄な政府支出を実施しても、各世代の厚生は上がらない（下がりもしない）

（ⅱ）今期の政府支出の財源を将来世代へと転嫁しても、将来世代の厚生は悪化せず、しかも現在世代の厚生は改善する

という 2 つの結論が成立したが、本章の *IS-LM* モデルの枠組みでもこれらと全く同じ結論が成立することを明らかにした。なお、これらの結論は本章の分析枠組みを「遺産消費モデル」、すなわち各世代が次世代に遺産を残すこと自体から効用を得るようなモデル設定へと拡張した場合においても依然として成立することを確かめることができる。この意味で、1.4 節で得られた結論は一定の頑強性を有していると考えてよい。

では、上の 2 つの結論はケインズ的なマクロモデルにおいて一般的に成立する強固な結論なのだろうか。実はその答えは否であって、財市場における独占的競争を考慮した非ワルラスモデル――すなわち一般均衡論的に表現された *AD-AS* モデル――の下では上の 2 つの議論は両方とも成立しなくなることを示すことができる。次章（＝第 3 章）でこの点を詳しく論じることにする。

参考文献

Ogawa, T. and Y. Ono (2010) “Public Debt Places No Burden on Future Generations under Demand Shortage”, Osaka University GCOE Discussion Paper No.155

Rankin, N. (1985) “Debt neutrality in Disequilibrium”, in Currie, A.(ed) *Advance in Monetary Economics*, London: Croom-Helm

———— (1986) “Debt Policy under Fixed and Flexible Prices”, *Oxford Economic Papers*, 38(3), pp481-500

田中淳平（2010a）『ケインズ経済学の基礎：現代マクロ経済学の視点から』九州大学出版会

付録：2.1 節のモデルでケインズ的失業の局面が成立するための条件

ここでは 2.1 節のモデルにおいてケインズ的失業の局面が成立するための価格パラメーターの領域を導出する（以下の議論は第 1 章の付録 B とほとんど同じなので、すでにその箇所を理解している読者はこの付録を読み飛ばしてもかまわない）。

以下では各経済主体の観念レベルでの最適化行動を簡単に説明し直すところから議論を始めることにする。なお、このモデルでは 2 つの状態変数（＝貨幣供給量と国債供給量）の名目値が時間を通じて一定と仮定され、かつ各経済主体の意思決定に期待は絡んでこないので、達成される市場均衡の状態は各期に完全に等しくなる（＝定常的な市場均衡が成立する）。したがって、以下では期間 t の価格変数を以下のように表記して議論を進めることにする。

（A.1）　$P_t = P, \quad W_t = W$

まず、期間 t における若年世代（＝世代 t ）の観念レベルの効用最大化問題は以下のようになる。

(A.2)　$$\max_{C_t^y, M_t^d, C_{t+1}^o} \quad U_t = \alpha_1 \log C_t^y + \alpha_2 \log\left(\frac{M_t^d}{P}\right) + \alpha_3 \log C_{t+1}^o \qquad (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1)$$

$$\text{s.t.} \quad PC_t^y + M_t^d + Q_t D_t^d = W\overline{L} + \Pi_t - T_t, \quad PC_{t+1}^o = M_t^d + D_t^d$$

本文中で説明されている再決定レベルの効用最大化問題（5）との違いは、ここでは世代tの労働供給が$\overline{L}$となっている（＝与えられた総労働時間$\overline{L}$を非弾力的に供給している）点である。この問題を解くことで、観念レベルの若年期消費と貨幣需要（および労働供給）はそれぞれ以下のようになる。

(A.3)　$$PC_t^y = \alpha_1 [W\overline{L} + \Pi_t - T_t], \quad M_t^d = \alpha_2 [W\overline{L} + \Pi_t - T_t], \qquad (L_t^s = \overline{L})$$

次に、期間tにおける老年世代（＝世代$t-1$）は、期首に保有している貨幣ストック、および政府からの国債の返済分を全て財の消費に充てるので、その行動は本文で示されている再決定レベルの行動と同じになる。

(A.4)　$$PC_t^o = \overline{M} + \overline{D} \quad \to \quad C_t^o = \overline{m} + \overline{d}$$

また、企業の観念レベルでの利潤最大化行動は

(A.5)　$$\max_{L_t^d} \quad \Pi_t = PF(L_t^d) - WL_t^d$$

と定式化されるので、企業の観念的な労働需要は

(A.6)　$$F'(L_t^d) = w$$

を満たす$L_t^d(w)$となり、特に生産関数が$F(L) = L^a$と特定化される場合には、観念的な労働需要と財供給はそれぞれ以下のようになる（以下では生産関数がそのように特定化される場合を想定して議論を進める）。

(A.7)　$$L_t^d(w) = a^{1/1-a} w^{-1/1-a}, \quad F(L_t^d(w)) = a^{a/1-a} w^{-a/1-a}$$

最後に、政府の予算制約は本文と同じであり、それを再掲すると以下のとおり。

(A.8)　$$\overline{D} = Q_t D_t^s + T_t$$

ここで、$\overline{D}$ は前期の国債発行額 D_{t-1} のことである。

　以上で各経済主体の観念レベルの最適化行動を説明し終えたので、次に各市場における需給関係について検討しよう。まず、（A.2）で示されている世代 t の期間 t におけるフローの予算制約、（A.4）で示されている世代 $t-1$ の予算制約、（A.5）で示されている企業の利潤定義式、および（A.8）で示されている政府の予算制約を統合することで、期間 t におけるワルラス法則を導出できる。

（A.9）　$$P\,[C_t^y + C_t^o - F(L_t^d)] + W\,[L_t^d - \overline{L}] + [M_t^d - \overline{M}] + Q_t\,[D_t^d - \overline{D}] = 0$$

　ここで、ケインズ的失業の局面とは労働市場と財市場の双方で観念的な超過供給が生じる局面、すなわち

（A.10）　$$L_t^d < \overline{L}\,,\quad C_t^y + C_t^o < F(L_t^d)$$

が成立するような状況を意味するので、以下ではこうした状況を成立せしめるような価格パラメーターの領域を導出する。まず労働市場において観念的超過供給を生み出すような条件は（A.7）の第 1 式と（A.10）の第 1 式より

（A.11）　$$a^{1/1-a} w^{-1/1-a} < \overline{L} \quad \rightarrow \quad W > a\overline{L}^{a-1}P$$

となる。他方、財市場において観念的超過供給を生み出すような条件は（A.3）の第 1 式、（A.4）および（A.10）の第 2 式より

（A.12）　$$\frac{\alpha_1[W\overline{L} + \Pi_t - T_t]}{P} + \frac{\overline{M} + \overline{D}}{P} < a^{a/1-a} w^{-a/1-a}$$

となるが、ここで $W\overline{L} + \Pi_t = PF(\overline{L})$ が成立することに注意することで（A.12）を以下のように書き直すことができる。

（A.13）　$$W < aP\left[aF(\overline{L}) + \frac{A}{P}\right]^{-(1-a)/a}$$

以上、（A.11）および（A.13）より、このモデルでケインズ的失業の局面が成立するための

価格パラメーターの領域は図示することができるが、それは第 1 章の付録 A で導出された図と同種のものとなる。なお、ここでもケインズ的失業の局面が成立するような価格領域の下では（14）から導かれる（任意の国債価格 Q_t の下での）非ワルラスモデルの均衡生産量は完全雇用生産量 $F(\bar{L})$ よりも必ず小さくなることを示すことができる。