The Society for Economics Studies
The University of Kitakyushu
Working Paper Series No.2010-6
(accepted in 14/2/2011)

不完全雇用下の国債負担：独占的競争モデルの場合

田中淳平*

北九州市立大学

概要

財市場における独占的競争を考慮した世代重複型の非ワルラスモデルを用いて、財政政策の経済厚生効果（とりわけ「国債負担」の問題）を検討する。政府が期間tにのみ（家計の効用にも企業の生産性にも貢献しないという意味で）無駄な政府支出をその期の若年家計（＝世代t）からの一括税によって実施する場合、その期の若年と老年（＝世代$t-1$）の両方の厚生を悪化させること、また、その支出の財源を次世代（＝世代$t+1$）へと転嫁する場合、税を負担しなくて済む世代tの厚生は改善するもののそれ以外（世代$t-1$と世代$t+1$）の厚生は悪化することを証明する。

JEL Classification：E12, H50, H63

Key Word : 非ワルラスモデル（固定価格モデル）、世代重複モデル、国債負担、財政政策、経済厚生

１．はじめに

いわゆる「国債負担（the burden of national debt）」の問題、すなわち国債発行を通じた次世代への税負担転嫁によってどの世代が得してどの世代が損するのかという問題は、

* 〒802-8577 北九州市小倉南区北方 4-2-1 （E-mail: j-tanaka@kitakyu-u.ac.jp）

財政学の古典的問題として古くから縷々論じられてきた。この問題に関する先行研究を概観する際には、（ｉ）完全雇用を想定するか不完全雇用を想定するか、と（ⅱ）一時的な国債残高の上昇を想定するか永続的な国債残高の上昇を想定するか、という 2 つの観点から合計 4 つのパターンにそれらを分類するのが便利だと思われる。

まず最初に、完全雇用かつ一時的な国債発行を想定した研究（以下、この領域を「領域 A」と呼ぶ）としては Bowen et al（1960）が古典的であり、彼らは完全雇用下における一時的国債発行に伴う税負担の次世代転嫁は、税負担を回避できる現在世代の厚生をその可処分所得の上昇を通じて高め、税負担を転嫁される将来世代の厚生をその可処分所得を低下を通じて悪化させることを指摘した。一方、完全雇用かつ永続的な国債発行を想定した研究（以下、この領域を「領域 B」と呼ぶ）としては Diamond（1965）の研究が最も著名である。彼は国債発行が資本蓄積に与える影響に注目した Modigliani（1961）の着想を受け継ぐ形で、永続的な国債残高上昇が定常状態における代表的家計の厚生にどのような影響を与えるかを世代重複モデルを用いて検討し、永続的な国債残高上昇は資本蓄積を阻害することで将来世代の厚生を引き下げることを明らかにした。したがって、これらの議論から完全雇用下においては基本的に国債発行によって次世代の厚生が低下すると結論付けるのが妥当と言える[1]。

これに対して、不完全雇用環境を想定した国債負担の研究は、完全雇用下の場合ほど活発ではなかったが、近年その研究が徐々に増えている。まず、不完全雇用かつ一時的な国債発行を想定した研究（以下、この領域を「領域 C」と呼ぶ）の中で、最もシンプルなモデ

[1] もちろん例外はある。例えば Barro（1974）が示したように各世代の家計が利他的で、次世代の家計の効用をも自らの効用の一部とみなして意思決定を行う場合は、政府が国債を発行しても家計がその次世代への影響を完全に相殺するように消費・貯蓄選択を行う（＝すなわち Barro の中立命題が成立する）ので、国債発行が経済に何ら影響を与えなくなる。また、Diamond（1965）によって示されているように、完全雇用下において永続的国債発行が将来世代の厚生を低下させるのは経済が動学的に効率的な場合のみであって、逆に経済が動学的に非効率的な場合は永続的国債発行によって過剰資本蓄積が抑制されることで代表的家計の厚生が逆に改善する。これと本質的に同じ論点は Tirole（1985）によっても示されている。

ル設定の下でその問題を検討したものとしては田中（2010a）を挙げることができる[2]。彼は財市場と労働市場の両方が固定価格的であるようなシンプルな非ワルラス型[3]の世代重複モデルを用いて、政府が期間tに（家計の効用にも企業の生産性にも貢献しないという意味で）無駄な政府支出をその期の若年家計からの一括税で賄って実施してもどの世代の効用も悪化しない（しかし改善もしない）こと、また、その支出の財源を次世代（＝世代$t+1$）へと転嫁することで彼の効用を引き下げることなく世代tの効用を改善できることを明らかにした。このうち特に後者の結果は不完全雇用下において国債の次世代負担が生じないことを意味しているが、これは税負担の次世代転嫁に伴う（期間$t+1$における）若年から老年への所得移転がその期の総需要を刺激することで、次世代の税負担をちょうど相殺するだけの所得上昇を実現するからである。また、不完全雇用かつ永続的な国債発行を想定した研究（以下、この領域を「領域 D」と呼ぶ）としては Rankin（1986）が代表的あるが[4]、これは、上述の Diamond（1965）の議論を財市場・労働市場ともに固定価格的であるような非ワルラス的な世代重複モデルを用いて再検討したものであって、固定価格的な経済環境の下では（Diamond の結論とは逆に）国債残高の永続的上昇が定常状態における資本ストックや所得、代表的家計の厚生を高めうることを証明したものである。

ただ、以上の先行研究では企業部門の独占的競争を通じて差別化された財が生産されているような状況は考慮されていない。独占的競争モデルを用いて国債負担の問題を論じた先行研究としては Sen（2002）があるが、これは上の分類における「領域 B」に相当する

[2] 同様の問題をより一般的な想定の下で検討したものとして田中（2010b）の第 6 章や Ogawa and Ono（2010）を挙げることができる。

[3] 非ワルラスモデルに関する古典的著作としては Barro and Grossman（1976）、比較的最近の著作としては Benassy（2002）を挙げることができる。

[4] 同種の問題を論じたその他の文献としては Ogawa（2005）や Steigum（2001）を挙げることができる。このうち前者の論文は、Diamond（1965）が名目財価格と名目賃金の両方が固定的であるような経済を離散時間モデルを用いて考察したのに対し、名目賃金のみが固定的であるような経済を Weil（1987）型の連続時間モデルを用いて再考察している。他方、後者の論文は労働組合によって引き起こされる構造的失業を Diamond（1965）型のモデルに導入したものであり、国債残高の永続的上昇に伴う労働所得税率の上昇によって組合の要求する賃金が上昇し、それが失業率を高めることで完全雇用時よりも次世代への国債負担が増加する可能性を論じている。

研究であり、ここでは Diamond (1965) 型のモデルに独占的競争の設定を追加することで、完全雇用下においてもある非常に特殊な条件の下で国債残高の永続的上昇が全ての世代の厚生を改善しうることが示されている[5]。他方、本稿では「領域 C」に焦点を当てる形で独占的競争モデルにおける国債負担を論じる。具体的には上述した田中（2010a）の分析結果が、独占的競争型の非ワルラスモデルにおいても不変に保たれるかどうかを詳しく検討するのが本稿の目的である。

結論を先取りすると、本稿における財政政策の経済厚生効果は田中（2010a）とは大きく異なるものとなる。すなわち本稿の独占的競争型の非ワルラスモデルでは、政府が無駄な政府支出を実施することで現在世代の厚生が低下し、またその財源を次世代へと転嫁することで次世代の厚生が悪化する。これは、財価格が独占的競争企業によって内生的に決定される経済では、拡張的財政政策によって需要が増加すると財価格も上昇し、それが負の実質残高効果を生むことで財政政策の効能を（固定価格経済の場合よりも）低下させるからであるが、こうした結果は、たとえ非ワルラス的（＝ケインズ的）なモデル設定の下でも、いわゆる *AD-AS* モデルのように需要変化を通じて物価も変化するようなモデルにおいては、財政政策の厚生効果は完全雇用経済のそれと結果的に類似したものになることを示している。

以下では、第 2 節において独占的競争型の非ワルラス的世代重複モデルを用いて財政政策の経済厚生効果、すなわち無駄な政府支出が各世代の厚生にどのような影響を与えるかや、その財源を次世代へと負担転嫁した場合にどの世代が得をし、どの世代が損をするか等を検討する。最後に第 3 節にて本稿の結論を要約する。

---

[5] Sen（2002）では、生産に際して固定費用がかかり、その固定費用が「資本集約的（＝資本量の増加に伴い固定費用もかさむ)」で、かつ生産関数における資本と労働の代替の弾力性が非常に低い場合（＝生産関数がレオンチェフ型の場合)、そのような結果が生じることを論じている。この場合、資本蓄積の活性化は企業の固定費用を押し上げて新しい企業の参入（＝新ブランドの誕生）を抑制することで、均衡におけるブランド数（＝マクロレベルの実質生産量）を低下させる。したがって、このようなケースにおいて政府が国債残高を永続的に引き上げて資本蓄積を阻害することで、逆に経済の生産活動を刺激して全ての世代の厚生を改善することが可能になるのである。

２．分析

本稿では各世代の家計が遺産動機を持たない（＝老年期の貨幣保有残高を全て自らの消費に充てる）ような経済環境を念頭において、独占的競争経済における不完全雇用下の国債負担問題を論じる。まず 2.1 節では財政政策の経済厚生効果を論じる際のベンチマークケースとして、政府部門を捨象した独占的競争型の非ワルラスモデルを提示し、その理論構造を検討する。次に、2.2 節と 2.3 節ではベンチマークモデルに政府部門を導入して財政政策の厚生効果を考察する。最初に 2.2 節では、政府が期間 t に実施する政府支出を、その期の若年世代（＝世代 t）への一括税で調達する状況――本稿ではそれを Case 1 と呼ぶ――を想定し、そのような財政政策が当該世代にどのような厚生効果を及ぼすかをベンチマークケースと比較する形で検討する。次に、2.3 節では、政府が期間 t における政府支出を世代 t からの借金（＝新規の国債発行）で賄い、次期（＝期間 $t+1$）にその返済のための財源を世代 $t+1$ への一括税で徴収するような状況――本稿ではそれを Case 2 と呼ぶ――を想定して、それが当該世代にどのような厚生効果を及ぼすかを Case 1 と比較する形で検討する。

２．１　ベンチマークケース

離散時間の世代重複的な閉鎖経済を想定しよう。各世代の家計数は 1 で固定され、時間を通じて変化しないものとする。各家計は若年期と老年期の 2 期間生き、期間 t に若年期を過ごす世代を世代 t と呼ぶことにする。この経済には $i \in [0,1]$ 種類の差別化された消費財が存在し、第 i 種類の消費財は第 i 企業によって独占的に生産されるものとする（なお、議論の単純化のため、既存産業への新規参入や新しい種類の財の開発といった問題は捨象する）。各家計は若年期に企業 $i \in [0,1]$ を設立し、そこに自らの労働力を供給して賃金を獲得すると同時に企業の所有者として利潤も受け取り、生産終了後、その期の内に企業を解散するものとする。そして、稼いだ所得を消費と貯蓄に振り分けるわけであるが、本稿では貯蓄の

具体的手段として（政府が発行する国債を除くと）貨幣（＝不換紙幣）のみが存在するような経済を想定する。すなわち、各家計は若年期に得た所得の一部でその期の老年家計が保有している貨幣を買い取り（＝生産活動で得た財を老年家計に販売することで貨幣を獲得し）、自らが老年になったとき、今度はその貨幣をその期の若年世代へと売却する（＝その貨幣でその期の若年世代が生産した財を購入する）ような世界を想定するわけである。なお、本稿では議論の単純化のため経済内の名目貨幣量は変化しない（＝政府が新たに貨幣を発行したり回収したりしない）状況を想定して議論を進めることにする。

なお、本稿の目的は不完全雇用下における国債負担問題の検討にあるので、採用される理論的枠組みは非ワルラス的な固定価格モデルとなる。もっとも、本稿では財市場における独占的競争を想定しているので、差別化された各財の名目価格はそれを独占的に生産する企業の利潤最大化行動によって内生的に決定される。したがって本稿のモデルにおいて固定的・外生的に扱われるのは労働市場における名目賃金のみであるが、この名目賃金の固定性により、本稿のモデルは数量調整を通じて財市場が清算されるケインズ的なモデルとなり、ゆえに不完全雇用下における財政政策の厚生効果を検討できるようになる。

以下では、この経済を構成する各経済主体の最適化行動を順に説明し、その結果として生じる市場均衡の状態を導出しよう。

世代tの行動

期間tにおける若年家計である世代tの効用最大化問題は以下のように定式化できる。

$$\max_{c_t^y(i),c_{t+1}^o(i)} \quad U_t = \alpha \log C_t^y + (1-\alpha)\log C_{t+1}^o$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i)c_t^y(i)di + M_t^d = \int_0^1 [Wl_t^d(i) + \Pi_t(i)]di,$$

$$\int_0^1 p_{t+1}(i)c_{t+1}^o(i)di = M_t^d$$

$$\text{（}C_t^y \equiv \left[\int_0^1 [c_t^y(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1}, \quad C_{t+1}^o \equiv \left[\int_0^1 [c_{t+1}^o(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1}\text{）}$$

ここで、$p_t(i)$は期間tにおける財iの名目価格、$c_t^y(i)$は期間tの若年世代（＝世代t）が消費する財iの量、$c_{t+1}^o(i)$は期間$t+1$の老年世代（＝世代t）が消費する財iの量、Wは名目賃金、$l_t^d(i)$は企業iへの労働供給、$\Pi_t(i)$は企業iから受け取る名目利潤、M_t^dは貯蓄目的で購入する名目貨幣量を意味している。標準的な Dixit and Stigliz（1977）の定式化に従い、家計は上で定義されたC_t^yおよびC_{t+1}^oという指標に基づいて各財の消費からの効用を得るものと想定する。なお、本稿では労働市場に関して非ワルラス的な想定をおいて議論を進めるので、名目賃金W（時間を通じて不変）は外生的・固定的で、家計は各企業が決定する労働需要$l_t^d(i)$（$i \in [0,1]$）を制約として受け入れた上で消費・貯蓄を決定する（＝より正確には「再決定（dual decision）」する）ものとする。

周知のように、上の問題は 2 段階に分けて解くことができ、第 1 段階では各期の消費財への支出額(E_t^y, E_{t+1}^o)が与えられた下で効用指標C_t^yおよびC_{t+1}^oを最大にするような各財の最適消費量を導出する。

$$\max_{c_t^y(i)} \quad C_t^y = \left[\int_0^1 [c_t^y(i)]^{(\eta-1)/\eta} di \right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^y(i) di = E_t^y$$

この問題の最適解は以下のとおり。

（1）　$$c_t^y(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\eta} \frac{E_t^y}{P_t}, \quad P_t C_t^y = E_t^y \quad \left(P_t \equiv \left[\int_0^1 [p_t(i)]^{1-\eta} di \right]^{1/1-\eta} \right)$$

$$\max_{c_{t+1}^o(i)} \quad C_{t+1}^o = \left[\int_0^1 [c_{t+1}^o(i)]^{(\eta-1)/\eta} di \right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_{t+1}(i) c_{t+1}^o(i) di = E_{t+1}^o$$

この問題の最適解は以下のとおり。

（2）　$$c_{t+1}^o(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}} \right)^{-\eta} \frac{E_{t+1}^o}{P_{t+1}}, \quad P_{t+1} C_{t+1}^o = E_{t+1}^o \quad \left(P_{t+1} \equiv \left[\int_0^1 [p_{t+1}(i)]^{1-\eta} di \right]^{1/1-\eta} \right)$$

以上の結果をふまえて、第 2 段階の問題は次のようになる。

$$\max_{C_t^y, C_{t+1}^o} \quad U_t = \alpha \log C_t^y + (1-\alpha)\log C_{t+1}^o$$

$$\text{s.t.} \quad P_t C_t^y + M_t^d = I_t, \ \ P_{t+1} C_{t+1}^o = M_t^d \qquad \left(I_t \equiv \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di \right)$$

これを解くことで以下を得る。

（3）　$P_t C_t^y = \alpha I_t, \quad M_t^d = (1-\alpha) I_t$

世代$t-1$の行動

期間tにおける老年世代である世代$t-1$の最適化問題は以下のとおり。

$$\max_{c_t^o(i)} \quad C_t^o = \left[\int_0^1 [c_t^o(i)]^{(\eta-1)/\eta} di \right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^o(i) di = M$$

すなわち、世代$t-1$はその期の期首に保有している名目貨幣量Mを全て消費財の購入に充てるわけであるが、その際、効用指標C_t^oを最大にするように各財の消費量$c_t^o(i)$を決定するので、その最適計画は以下のように表せる。

（4）　$c_t^o(i) = \left(\dfrac{p_t(i)}{P_t} \right)^{-\eta} \dfrac{M}{P_t}, \qquad P_t C_t^o = M$

企業の行動

経済には$i \in [0,1]$個の差別化された財が存在し、財iは企業iによって独占的に供給される。これらの企業は毎期その期の若年世代によって設立され、労働のみを生産要素として財を生産し、生産終了後はその期間内に解散されるものとする。各企業は自らの生産する財に対する需要（＝（2）の第 1 式と（4）の第 1 式）を正しく把握しており、それをふまえた上で利潤を最大にする財価格を設定するので、企業の利潤最大化問題は以下のようになる。

（5）　$\max_{p_t(i)} \quad \Pi_t(i) = p_t(i) y_t(i) - W_t l_t(i)$

s.t.　$y_t(i) = [l_t(i)]^a$　（$0 < a < 1$）

$$y_t(i) = c_t^y(i) + c_t^o(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{E_t^y + M}{P_t}$$

ここで、$y_t(i)$ は企業 i の期間 t における生産量、$l_t(i)$ は企業 i の期間 t における労働投入量を意味している。なお、本稿では企業の生産関数が規模に関して収穫逓減（$0 < a < 1$）であるような状況を想定して議論を進める。なぜなら生産関数が規模に関して収穫一定（$a = 1$）だと、企業が設定する最適価格が次節以降で論じる政府の財政政策とは独立な一定値（$P^* = \eta W/(\eta - 1)$）となり、この場合、財政政策の世代間厚生効果は標準的な固定価格モデルにおける諸結論と全く同じになるからである[6]。

上の問題において、2 つの制約式を利潤定義式に代入した上で、名目利潤 $\Pi_t(i)$ を価格 $p_t(i)$ で微分して 0 とおくと、以下を得る。

$$\left(\frac{\partial \Pi_t(i)}{\partial p_t(i)} = 0\right) \qquad [p_t(i)]^{-\eta + \frac{\eta}{a} + 1} = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{W}{a} \left(\frac{X_t}{P_t^{-\eta}}\right)^{(1-a)/a}$$

$$\left(ここで、X_t \equiv \frac{E_t^y + M}{P_t} = C_t^y + \frac{M}{P_t}\right)$$

これより、企業 i の設定する価格 $p_t(i)$ は i には依存しない（すなわち $p_t(i) = P_t$ が成立する）ことが分かるので、企業 i の設定する最適価格は以下のように求められる。

(6)　$$p_t(i) = P_t = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{W}{a} X_t^{(1-a)/a}$$

なお、$p_t(i) = P_t$ および（1）、(4)、(5) より、企業 i の生産量と各世代の財 i の購入量はそれぞれ以下のようになる。

(7)　$$y_t(i)\ (= y_t) = X_t = C_t^y + \frac{M}{P_t},\quad c_t^y(i) = C_t^y,\quad c_t^o(i)\ (= C_t^o) = \frac{M}{P_t}$$

---

6 標準的な固定価格モデルにおける財政政策の世代間厚生効果については田中（2010a）を参照せよ。

市場均衡の状態

以上で各経済主体の最適化行動を論じ終えたので、次に市場均衡の状態を検討しよう。期間tにおける財市場の均衡条件は以下のように示される[7]。

（8）　$M = M_t^d$

これを（3）の第 2 式に代入し、さらにそれを（3）の第 1 式に代入することで、以下を得る

（9）　$C_t^y = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}\dfrac{M}{P_t}$

ここで、C_t^yは本来は Dixit-Stigliz 型の効用指標であるが、（7）の第 2 式より世代tの若年期における各財の消費量とみなすこともできる。さらに、この（9）に（7）の第 1 式を代入して整理することで、各企業の生産量y_tを以下のように表すことができる。

（10）　$y_t = \dfrac{1}{1-\alpha}\dfrac{M}{P_t}$

これは、均衡における物価P_tが与えられた下での各財の需要量y_t（＝生産量）を示しており、いわゆる「AD曲線（Aggregate Demand Curve)」と解釈しうるものである。他方、各財の財需要y_t（＝生産量）が与えられた下での最適価格P_tを示した曲線、すなわち「AS 曲線（Aggregate Supply Curve)」に相当する式は（6）および（7）の第 1 式より

（11）　$P_t = \dfrac{\eta}{\eta-1}\dfrac{W}{a}\, y_t^{(1-a)/a}$

で示される。したがって、このモデルの均衡は（10）を（11）を同時に満たす(y_t, P_t)で与えられ、それらを計算すると以下のようになる。

---

[7] 財市場の均衡条件は直接的には

$$y_t(i) = c_t^y(i) + c_t^o(i) \qquad (i \in [0,1])$$

と表せるが、これは（7）より

$$P_t y_t = P_t C_t^y + P_t C_t^o$$

と書き直すことができる。ここで（3）で示されたI_tの定義、および（3）と（4）より

$$P_t y_t = I_t, \quad P_t C_t^y = \alpha I_t, \quad P_t C_t^o = M$$

が成立するので、これらより上の財市場均衡式は（8）と同じものであることが分かる。

（12）　$y_t^{bench} = \left(\dfrac{\eta}{\eta - 1} \dfrac{W}{a} \right)^{-a} \left(\dfrac{M}{1-\alpha} \right)^{a}$,　$P_t^{bench} = \left(\dfrac{\eta}{\eta - 1} \dfrac{W}{a} \right)^{a} \left(\dfrac{M}{1-\alpha} \right)^{1-a}$

この結果から、本節のモデルでは均衡における生産量と物価水準は名目貨幣量Mが増加すると上昇し、固定的名目賃金Wが増加すると低下することが分かる。また、均衡における各世代の消費量は（7）の第 3 式、(9)、（12）の第 2 式よりそれぞれ以下のように求めることができる。

（13）　$(C_t^y)^{bench} = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} \dfrac{M}{P_t^{bench}}$,　$(C_t^o)^{bench} = \dfrac{M}{P_t^{bench}}$

以上が期間tにおける市場均衡であるが、老年世代が保有する名目貨幣量Mが時間を通じて一定であることから、期間$t+1$以降の均衡もこれと全く同じになる。

２．２　Case 1

次に、2.1 節のベンチマークモデルに政府部門を導入し、政府が行う財政政策が各世代の効用水準にいかなる影響を与えるかを検討しよう。以下では議論の単純化のため、政府は期間tにのみ、家計の効用にも企業の生産性にも寄与しないような政府支出を実施するものとする。さらにこの節では、その財源の調達方法として政府が世代t（＝期間tにおける若年家計）に同額の一括税を課すケース――本稿ではこれを Case 1 と呼ぶ――を想定する。なお、政府がその財源を借金で賄い、その返済分を次世代に転嫁する場合の分析は 2.3 節にて検討する。

政府の行動

Case 1 において政府は期間tに所与の一括税額Tを世代tに課し、そうして得た財源を各財への支出$g_t(i)$に充てる。この政府支出は家計の効用の改善にも企業の生産性の改善にも貢献しない無駄な性質のものと仮定する。政府は$G_t = \left[\int_0^1 [g_t(i)]^{(\eta-1)/\eta} di \right]^{\eta/\eta-1}$と定式化さ

れた指標を最大にするように税収を各財の支出へと振り向けると想定するので、政府が解くべき最適化問題は以下のようになる。

$$\max_{g_t(i)} \quad G_t = \left[\int_0^1 [g_t(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) g_t(i) di = T \qquad (T\ \text{：所与})$$

これを解くことで、以下を得る。

(14)　$$g_t(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{T}{P_t}, \quad P_t G_t = T$$

世代 t の行動

この場合における世代 t の効用最大化問題は以下のように微修正される。

$$\max_{c_t^y(i), c_{t+1}^o(i)} \quad U_t = \alpha \log C_t^y + (1-\alpha) \log C_{t+1}^o$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^y(i) di + M_t^d = \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di - T$$

$$\int_0^1 p_{t+1}(i) c_{t+1}^o(i) di = M_t^d$$

前述のベンチマークケースとの違いは、Case 1 では世代 t が一括税 T_t を負担しているという点である。したがって、世代 t の第 1 段階および第 2 段階の最適計画はそれぞれ以下のようになる。

（第 1 段階）

(15)　$$c_t^y(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{E_t^y}{P_t}, \quad P_t C_t^y = E_t^y \qquad \left(P_t \equiv \left[\int_0^1 [p_t(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}\right)$$

$$c_{t+1}^o(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta} \frac{E_{t+1}^o}{P_{t+1}}, \quad P_{t+1} C_{t+1}^o = E_{t+1}^o \qquad \left(P_{t+1} \equiv \left[\int_0^1 [p_{t+1}(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}\right)$$

（第 2 段階）

(16)　$$P_t C_t^y = \alpha\, [I_t - T], \quad M_t^d = (1-\alpha)\, [I_t - T] \qquad \left(I_t \equiv \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di\right)$$

世代$t-1$の行動

世代$t-1$の行動は前節のベンチマークケースと全く同じなので、その結果を再掲すると以下のとおり。

(17) $$c_t^o(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{M}{P_t}, \quad P_t C_t^o = M$$

企業の行動

企業iの行動も基本的にはベンチマークモデルと同じであるが、本節では財iに対する需要として若年世代（＝世代t）の消費（＝（15）の第 1 式）と老年世代（＝世代$t-1$）の消費（＝（17）の第 1 式）に加えて政府の購入分（＝（14）の第 1 式）が新たに付け加わるので、企業iの需要制約条件は次のようになる。

(18) $$y_t(i) = c_t^y(i) + c_t^o(i) + g_t(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{E_t^y + M + T}{P_t}$$

この点を考慮した上でベンチマークケースと同様の利潤最大化問題を解くことで、企業iの設定する最適価格は以下のようになる。

(19) $$p_t(i) = P_t = \frac{\eta}{\eta - 1}\frac{W}{a}\, X_t^{(1-a)/a} \qquad \left(X_t \equiv \frac{E_t^y + M + T}{P_t} = C_t^y + \frac{M+T}{P_t} \right)$$

なお、$p_t(i) = P_t$および（18)、(15)、(17)、(13）より、企業iの生産量および各需要項目の大きさはそれぞれ以下のようになる。

(20) $$y_t(i) = X_t = C_t^y + \frac{M+T}{P_t}, \quad c_t^y(i) = C_t^y, \quad c_t^o(i) = \frac{M}{P_t}, \quad g_t(i) = \frac{T}{P_t}$$

市場均衡の状態

最後に、市場均衡の状態を検討しよう。期間tにおける財市場の均衡条件はベンチマーク

ケースと同様に以下で与えられる。

財市場均衡条件：$M = M_t^d$

これを（16）の第 2 式に代入し、さらにそれを（16）の第 1 式に代入することで、以下を得る。

（21）　$C_t^y = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}\dfrac{M}{P_t}$

さらに、この（21）に（20）の第 1 式を代入して整理することで、各企業の生産量 y_t を以下のように表すことができる。

（22）　（AD 曲線）　$y_t = \dfrac{1}{1-\alpha}\dfrac{M}{P_t} + \dfrac{T}{P_t}$

他方、AS 曲線は（19）と（20）の第 1 式より

（23）　（AS 曲線）　$P_t = \dfrac{\eta}{\eta-1}\dfrac{W}{a}\, y_t^{(1-a)/a}$

で与えられるので、均衡における生産量および物価はそれぞれ以下のようになる。

（24）　$y_t^{case1} = \left(\dfrac{\eta}{\eta-1}\dfrac{W}{a}\right)^{-a}\left(\dfrac{M}{1-\alpha}+T\right)^{a}$,　$P_t^{case1} = \left(\dfrac{\eta}{\eta-1}\dfrac{W}{a}\right)^{a}\left(\dfrac{M}{1-\alpha}+T\right)^{1-a}$

（12）との比較から明らかなように、Case 1 における生産量と物価は共にベンチマークケースよりも大きくなる。すなわち、

$y_t^{case1} > y_t^{bench}$,　$P_t^{case1} > P_t^{bench}$

Case 1 では所与の名目政府支出 T が実施されることで総需要が引き上げられる反面、その財源として世代 t に同額の一括税が課されることでその若年期消費 $P_t C_t^y$ が低下する（→（16）の第 1 式を見よ）が、世代 t の消費平準化行動により $P_t C_t^y$ の低下幅は T よりも小さいので、結果的に名目総需要が刺激され、各企業の増産を促すことになる。ただ、その過程で単位生産コスト（＝$Wl_t(i)/y_t(i)$）が逓増し企業の設定する名目価格も上昇するので、政府支出増加に伴う生産量増加の一部は負の実質残高効果（＝M/P_t の低下に伴う財需要

の減少）によって相殺される形になる。以上が Case 1 の生産量と物価がベンチマークケースよりも大きくなる理由である。

では、政府支出による生産量および物価の上昇は経済厚生の観点から望ましい変化と言えるだろうか。（20）の第 3 式、（21）、（24）の第 2 式より、Case 1 とベンチマークケースの均衡における各世代の消費水準の大小関係は以下のようになる。

$$(25)\qquad (C_t^y)^{case1} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t^{case1}} < (C_t^y)^{bench} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t^{bench}}$$

$$(C_t^o)^{case1} = \frac{M}{P_t^{case1}} < (C_t^o)^{bench} = \frac{M}{P_t^{bench}}$$

すなわち、政府支出の実施によって各世代の消費水準はベンチマークケースよりも低下することになる。これは、政府支出の実施によって確かに生産量は増加するもののその増加幅は政府支出の大きさほどではないため[8]、政府支出が家計の効用の改善にも企業の生産性の改善にも貢献しないような無駄な用途に利用されるという本稿の想定の下では、政府支出の実施は各世代の消費に配分できる財の量を結果的に低下させることになるためである。なお、期間$t+1$以降については、各期の老年家計の保有する名目貨幣量がMで外生的・固定的であることに加え、政府も期間$t+1$以降は経済に介入しないので、ベンチマークケースと Case 1 とで全く同じ均衡が成立する。したがって、Case 1 はベンチマークと比較して（世代$t-1$と世代tの厚生が劣化し、世代$t+1$以降の厚生に変化はないので）パレートの意味で劣った均衡状態を実現することが分かる。

なお、以上の結論は、期間tにおける政府支出の財源Tをその期の若年世代への一括税によって賄うという想定に依存している点に注意すべきである。容易に確認できるように、政府が一括税をその期の老年世代（＝世代$t-1$）に課した場合（以下ではこの場合を Case A と呼ぶ）、期間tの均衡における生産量と物価、ならびに各世代の消費はそれぞれ以下の

[8]（22）より $y_t = \frac{1}{1-\alpha}\frac{M}{P_t} + G_t$（$G_t$：実質政府支出）が成立するが、実質政府支出$G_t$の増加は物価$P_t$をも同時に押し上げるので、生産量の増加幅は政府支出の増加幅よりも小さくなる。

ようになる（期間$t+1$以降についてはベンチマークや Case 1 と同じ均衡が成立する）。

$$y_t^{caseA}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}\left(\frac{M}{1-\alpha}\right)^{a},\quad P_t^{caseA}=\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a}\left(\frac{M}{1-\alpha}\right)^{1-a}$$

$$(C_t^y)^{caseA}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t^{caseA}},\quad (C_t^o)^{caseA}=\frac{M-T}{P_t^{caseA}}$$

他方、一括税を（若年期の世代tにではなく）老年期の世代tに課す場合、すなわち期間tにおける政府支出をいったん世代tからの借金で賄い、次期（＝期間$t+1$）にその返済分を再び世代tへの一括税によって確保する場合（以下ではこの場合を Case B と呼ぶ）、Case B の均衡消費配分は Case 1 と完全に一致することを確かめることができる。これは、世代tにとって一括税を負担するタイミングが若年期であっても老年期であっても彼の生涯可処分所得に変化はなく、その結果、期間tにおける彼の消費・貯蓄決定に影響が生じない——すなわち「リカードの中立命題」が成立する——ことによる。なお、これらのサブ・ケースを含めた全てのケース（＝ベンチマークケース、Case 1、Case A、Case B に、次節で検討する Case 2 を入れた計 5 つのケース）の均衡における生産量、物価、各世代の消費量の比較は最後の第 3 節にて要約する。

２．３　Case 2

　前節では期間tにおける政府支出の財源をその期の若年家計から調達する場合を想定して分析を行ったが、この節では政府支出の財源を次世代へと転嫁するケース、すなわち期間tにおける政府支出をいったん世代tからの借金（＝新規国債発行）で賄い、期間$t+1$にその返済分をその期の若年家計（＝世代$t+1$）から一括税の形で調達するようなケース——以下ではこれを Case 2 と呼ぶ——を想定して財政政策の経済厚生効果を再検討しよう。

２．３．１　期間tにおける市場均衡

　まず最初に、期間tにおける各経済主体の行動および市場均衡から検討しよう。

政府の行動

期間tにおいて政府は、Case 1 における税収Tに等しいだけの財源をその期の若年世代（＝世代t）からの借金（＝新規の国債発行）で賄い、それを各財の支出に充てる。したがって政府が解くべき最適化問題は以下のようになる。

$$\max_{g_t(i)} \quad G_t = \left[\int_0^1 [g_t(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) g_t(i) di = D \qquad (D = T)$$

したがってこの問題の解は以下のとおり。

$$(26) \qquad g_t(i) = \left(\frac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \frac{D}{P_t}, \quad P_t G_t = D$$

ここでDは新規国債発行額であり、それは仮定により Case 1 における税収Tに等しい。

世代tの行動

この期の若年世代である世代tの効用最大化問題は以下のように定式化される。

$$\max_{c_t^y(i), c_{t+1}^o(i)} \quad U_t = \alpha \log C_t^y + (1-\alpha) \log C_{t+1}^o$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^1 p_t(i) c_t^y(i) di + M_t^d + D = \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di$$

$$\int_0^1 p_{t+1}(i) c_{t+1}^o(i) di = M_t^d + D$$

この定式化から読み取れるように、Case 2 において家計の貯蓄手段は貨幣と国債の 2 つになる。ここで、貨幣保有の名目収益率はゼロであるが、均衡においては裁定上、両貯蓄手段の収益率は一致しなければならないので、国債保有の名目利子率もまたゼロとなる。若年期における国債購入額と老年期におけるその返済受取額が共にD_tであるのは、そうした理由による。この効用最大化問題を解くことで、第 1 段階および第 2 段階における最適計画はそれぞれ以下のようになる。

（第 1 段階）

(27)　$c_t^y(i) = \left(\dfrac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \dfrac{E_t^y}{P_t}$,　$P_t C_t^y = E_t^y$　（$P_t \equiv \left[\int_0^1 [p_t(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}$）

$$c_{t+1}^o(i) = \left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta} \frac{E_{t+1}^o}{P_{t+1}}, \quad P_{t+1} C_{t+1}^o = E_{t+1}^o \quad (P_{t+1} \equiv \left[\int_0^1 [p_{t+1}(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta})$$

（第 2 段階）

(28)　$P_t C_t^y = \alpha I_t$,　$M_t^d + D = (1-\alpha) I_t$　（$I_t \equiv \int_0^1 [W l_t^d(i) + \Pi_t(i)] di$）

世代$t-1$の行動

世代$t-1$の行動は前節の Case 1 と全く同じなので､その結果を再掲すると以下のとおり。

(29)　$c_t^o(i) = \left(\dfrac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \dfrac{M}{P_t}$,　$P_t C_t^o = M$

企業の行動

企業iの行動も基本的に Case 1 と同じであるが､ここでは財iに対する各需要項目の表現が（26）の第 1 式､（27）の第 1 式､（29）の第 1 式より以下のようになる。

(30)　$y_t(i) = c_t^y(i) + c_t^o(i) + g_t(i) = \left(\dfrac{p_t(i)}{P_t}\right)^{-\eta} \dfrac{E_t^y + M + D}{P_t}$

したがって、企業iの設定する最適価格は次のようになる。

(31)　$p_t(i) = P_t = \dfrac{\eta}{\eta - 1} \dfrac{W}{a} X_t^{(1-a)/a}$　（$X_t \equiv \dfrac{E_t^y + M + D}{P_t} = C_t^y + \dfrac{M+D}{P_t}$）

なお、$p_t(i) = P_t$および（30)、(27)、(29)、(26）より、企業iの生産量および各需要項目の大きさはそれぞれ以下のようになる。

(32)　$y_t(i) = X_t = C_t^y + \dfrac{M+D}{P_t}$,　$c_t^y(i) = C_t^y$,　$c_t^o(i) = \dfrac{M}{P_t}$,　$g_t(i) = \dfrac{D}{P_t}$

市場均衡の状態

最後に市場均衡の状態を検討しよう。期間tにおける財市場の均衡条件は以前と同様に以下で与えられる。

財市場均衡条件：$M = M_t^d$

これを（28）の第 2 式に代入し、さらにそれを（28）の第 1 式に代入することで、以下を得る。

（33）　$$C_t^y = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M+D}{P_t}$$

さらに、この（33）に（32）の第 1 式を代入して整理することで、各企業の生産量y_tを以下のように表すことができる。

（AD曲線）　$$y_t = \frac{1}{1-\alpha}\frac{M+D}{P_t}$$

他方、AS曲線は（31）と（32）の第 1 式より

（AS曲線）　$$P_t = \frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\, y_t^{(1-a)/a}$$

で与えられるので、均衡における生産量および物価はそれぞれ以下のように求められる。

（34）　$$y_t^{case2} = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}\left(\frac{M+D}{1-\alpha}\right)^{a}, \quad P_t^{case2} = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a}\left(\frac{M+D}{1-\alpha}\right)^{1-a}$$

（24）で示された Case 1 の均衡における生産量と物価と比較すると、生産量・物価ともに Case 2 の方が Case 1 よりも大きくなる。すなわち、

$$y_t^{case2} > y_t^{case1}, \quad P_t^{case2} > P_t^{case1}$$

なぜこうした結果が成立するのか。それは、Case 2 では Case 1 と同じ規模（$=T$）の政府支出が当該期の一括税によって賄われるのではなく将来世代に負担を転嫁する形で調達されることになるため、世代tの若年期消費が Case 1 の時よりも大きくなり（→この点は（16）と（28）の比較から明らかである）、その分、財に対する総需要がいっそう大きくなること

で企業の生産量も Case 1 の時よりも増大するためである。ただ、その過程で生じる単位生産コストの増加も Case 1 の時より大きくなるため、均衡における物価の水準もまた Case 1 の時より高くなる。

では、均衡における各世代の消費水準はどうであろうか。(32)の第 3 式、(33)、(34)の第 2 式より、以下を導出できる。

$$(35)\quad (C_t^y)^{case2} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{M+D}{P_t^{case2}} \;>\; (C_t^y)^{case1} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{M}{P_t^{case1}}$$

$$(C_t^o)^{case2} = \frac{M}{P_t^{case2}} \;<\; (C_t^o)^{case1} = \frac{M}{P_t^{case1}}$$

ここで(35)の第 1 式の不等号が成立することの証明は付録を参照せよ。これより、政府がその財源を将来世代へと転嫁する形で前節と同じ規模の政府支出を実施した場合、その期の若年世代の消費水準は増加するが、老年世代の消費は低下することが分かる。このうち後者が成立する理由は、Case 1 より Case 2 の方が物価が高くなるので、負の実質残高効果により老年期の消費水準が低下することによる。一方、若年世代は上述の負の実質残高効果と、(Case 1 の時とは異なり)税を負担せずに済むという正の効果の、相反する 2 つの影響を受けることになるが、均衡においては後者の効果が前者を上回るため、彼の消費水準は Case 1 のときよりも改善することになる。

なお、ここでは議論が複雑になることを避けるため、Case 2 の均衡における生産量、物価、各世代の消費水準を Case 1 のそれらと比較したが、それ以外のケースとの比較については第 3 節でまとめて要約することにする。

２．３．２　期間 $t+1$ における市場均衡

今までと異なり、Case 2 においては期間 $t+1$ においても政府が前期の借金の返済およびその財源の調達という形で経済に介入するので、期間 $t+1$ の市場均衡がそれ以外のケース(以下では Case 1 との比較を中心に議論を進める)とどのように異なるかを検討する必要

がある。以下では政府、世代t、世代$t+1$、企業の順に期間$t+1$における各経済主体の行動を論じ、その結果として成立する市場均衡を Case 1 のそれと比較することにする。

政府の行動

政府は今期の借金返済額Dを世代$t+1$への一括税Tの形で徴収するので、その予算制約は以下のように表せる。

（36）　$D = T$

世代tの行動

世代tは前期から持ち越した貨幣Mおよび政府からの借金返済額Dを全て各財の購入に充てるので、その最適化行動は以下のようになる。

$$\max_{c^o_{t+1}(i)} \quad C^o_{t+1} = \left[\int_0^1 [c^o_{t+1}(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1} \qquad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p_{t+1}(i) c^o_{t+1}(i) di = M + D$$

したがって、世代tの最適消費計画は以下のとおり。

（37）　$c^o_{t+1}(i) = \left(\dfrac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta} \dfrac{M+D}{P_{t+1}}$，$P_{t+1} C^o_{t+1} = M + D$　（$P_{t+1} \equiv \left[\int_0^1 [p_{t+1}(i)]^{1-\eta} di\right]^{1/1-\eta}$）

世代$t+1$の行動

世代$t+1$は政府から一括税Tを課されるので、その効用最大化問題は以下のようになる。

$$\max_{c^y_{t+1}(i), c^o_{t+2}(i)} \quad U_{t+1} = \alpha \log C^y_{t+1} + (1-\alpha) \log C^o_{t+2}$$

$$\text{s.t.} \quad \int_0^1 p_{t+1}(i) c^y_{t+1}(i) di + M^d_{t+1} = \int_0^1 [W l^d_{t+1}(i) + \Pi_{t+1}(i)] di - T$$

$$\int_0^1 p_{t+2}(i) c^o_{t+2}(i) di = M^d_{t+1}$$

（ここで、$C^y_{t+1} = \left[\int_0^1 [c^y_{t+1}(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1}$，　$C^o_{t+2} = \left[\int_0^1 [c^o_{t+2}(i)]^{(\eta-1)/\eta} di\right]^{\eta/\eta-1}$）

この問題を解くことで、第１段階および第２段階の最適計画はそれぞれ以下のとおり。

（第１段階）

（38） $$c_{t+1}^{y}(i)=\left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta}\frac{E_{t+1}^{y}}{P_{t+1}} \quad P_{t+1}C_{t+1}^{y}=E_{t+1}^{y} \quad \left(P_{t+1}\equiv\left[\int_0^1[p_{t+1}(i)]^{1-\eta}di\right]^{1/1-\eta}\right)$$

$$c_{t+2}^{o}(i)=\left(\frac{p_{t+2}(i)}{P_{t+2}}\right)^{-\eta}\frac{E_{t+2}^{o}}{P_{t+2}} \quad P_{t+2}C_{t+2}^{o}=E_{t+2}^{o} \quad \left(P_{t+2}\equiv\left[\int_0^1[p_{t+2}(i)]^{1-\eta}di\right]^{1/1-\eta}\right)$$

（ここで、$E_{t+1}^{y}=\int_0^1 p_{t+1}(i)c_{t+1}^{y}(i)di$， $E_{t+2}^{o}=\int_0^1 p_{t+2}(i)c_{t+2}^{o}(i)di$）

（第２段階）

（39） $$P_{t+1}C_{t+1}^{y}=\alpha\,[I_{t+1}-T], \quad M_{t+1}^{d}=(1-\alpha)\,[I_{t+1}-T]$$

（ここで、$I_{t+1}\equiv\int_0^1[Wl_{t+1}^{d}(i)+\Pi_{t+1}(i)]di$）

企業の行動

企業iの行動も基本的に以前と同じであるが、期間$t+1$において政府は支出を行わないので、財iに対する総需要は（37）の第１式と（38）の第１式より以下のようになる。

（40） $$y_{t+1}(i)=c_{t+1}^{y}(i)+c_{t+1}^{o}(i)=\left(\frac{p_{t+1}(i)}{P_{t+1}}\right)^{-\eta}\frac{E_{t+1}^{y}+M+D}{P_{t+1}}$$

したがって最適価格は以下のとおり。

（41） $$p_{t+1}(i)=P_{t+1}=\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\,X_{t+1}^{(1-a)/a} \quad \left(X_{t+1}\equiv\frac{E_{t+1}^{y}+M+D}{P_{t+1}}=C_{t+1}^{y}+\frac{M+D}{P_{t+1}}\right)$$

なお、$p_t(i)=P_t$および（40）、（38）、（37）より、企業iの生産量および各需要項目の大きさはそれぞれ以下のようになる。

（42） $$y_{t+1}(i)=X_{t+1}=C_{t+1}^{y}+\frac{M+D}{P_{t+1}}, \quad c_{t+1}^{y}(i)=C_{t+1}^{y}, \quad c_{t+1}^{o}(i)=\frac{M+D}{P_{t+1}}$$

市場均衡の状態

期間tにおける財市場の均衡条件は以前と同様に以下で与えられる。

$$\text{財市場均衡条件：} M = M_{t+1}^{d}$$

これを（39）の第 2 式に代入し、さらにそれを（39）の第 1 式に代入することで、以下を得る。

$$(43)\qquad C_{t+1}^{y} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_{t+1}}$$

さらに、この（43）に（42）の第 1 式を代入して整理することで、各企業の生産量y_tを以下のように表すことができる。

$$(AD\text{曲線})\qquad y_{t+1} = \frac{1}{1-\alpha}\frac{M}{P_{t+1}} + \frac{D}{P_{t+1}}$$

他方、AS曲線は（41）と（42）の第 1 式より

$$(AS\text{曲線})\qquad P_{t+1} = \frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\, y_t^{(1-a)/a}$$

で与えられるので、均衡における生産量および物価はそれぞれ以下のようになる。

$$(44)\qquad y_{t+1}^{case2} = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}\left(\frac{M}{1-\alpha}+D\right)^{a},\quad P_{t+1}^{case2} = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a}\left(\frac{M}{1-\alpha}+D\right)^{1-a}$$

一方、Case 1 では政府は期間$t+1$には経済に介入しないので、均衡における生産量と物価は以下のようにベンチマークケースの期間tにおける均衡と同じ値になる。

$$(45)\qquad y_{t+1}^{case1} = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}\left(\frac{M}{1-\alpha}\right)^{a},\quad P_{t+1}^{case1} = \left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{a}\left(\frac{M}{1-\alpha}\right)^{1-a}$$

したがって、Case 2 と Case 1 の期間$t+1$における生産量と物価を比較すると以下が成立する。

$$y_{t+1}^{case2} > y_{t+1}^{case1},\quad P_{t+1}^{case2} > P_{t+1}^{case1}$$

なぜ、Case 2 の方が Case 1 よりも生産量・物価ともに大きくなるのか。それは、Case 2

における世代$t+1$への税負担転嫁とは、本質的に期間$t+1$における若年世代（＝世代$t+1$）から老年世代（＝世代t）への所得移転に他ならないからである。政府は世代tへの借金返済のため、世代$t+1$に税を課し、それを返済に充てる。ところで、本節のモデルにおいて老年家計はその所得を全て消費に充てるのに対し、若年家計は若年期に稼ぐ所得の一定割合を貯蓄にまわすので、老年家計の消費性向は若年家計のそれよりも常に大きくなる。したがって、低い消費性向を有する若年から高い消費性向を有する老年への所得移転は、その期の民間消費需要を押し上げることで均衡生産量を高めると同時に物価の高騰をもたらすのである。

次に、均衡における各世代の消費水準に関する比較を行おう。(42) の第 3 式、(43)、（45）の第 2 式より、期間$t+1$における各世代の消費に関して以下が成立する（ここで（46）の第 2 式の不等式は付録と同じ方法で証明できる)。

$$(C_{t+1}^{y})^{case2}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_{t+1}^{case2}} < (C_{t+1}^{y})^{case1}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_{t+1}^{case1}} \tag{46}$$

$$(C_{t+1}^{o})^{case2}=\frac{M+D}{P_{t+1}^{case2}} > (C_{t+1}^{o})^{case1}=\frac{M}{P_{t+1}^{case1}}$$

したがって、期間$t+1$においては、若年世代（＝世代$t+1$）の消費は Case 1 より Case 2 の方が小さくなる一方、老年世代（＝世代t）の消費は Case 1 より Case 2 の方が大きくなる。このうち前者の結果は、本稿の枠組みにおいて国債の次世代負担が生じることを意味している。田中（2010）で明らかにしたように、名目賃金だけでなく名目財価格も固定的・外生的であるような非ワルラスモデルにおいては、上述した次世代への税負担転嫁に伴う若年から老年への所得再分配によって生産量が増大し、それが世代$t+1$の税負担をちょうど相殺するだけの所得上昇をもたらすことで、国債の次世代負担は生じないのであった。しかし、本稿の枠組みでは生産量の増加に伴って物価も上昇し、それが負の実質残高効果を持つことで生産量の増加の一部が打ち消されるため、世代$t+1$の税負担を完全に相殺するだけの所得増加が実現せず、国債負担が発生することになるのである。

以上で Case 2 における期間tおよび期間$t+1$の均衡を論じ終えた。期間$t+2$以降については、各期の老年家計の保有する名目貨幣量がMで固定的となることに加え、政府も期間$t+2$以降は経済に介入しないので、Case 2 と Case 1 とで全く同じ均衡が成立する。したがって Case 1 と Case 2 の均衡における各世代の厚生を比較すると以下のようになる。

$$U_{t-1}^{case1} > U_{t-1}^{case2}, \quad U_{t}^{case1} < U_{t}^{case2}, \quad U_{t+1}^{case1} > U_{t+1}^{case2}, \quad U_{t+s}^{case1} = U_{t+s}^{case2} \ (s \geq 2)$$

なお、ここでは議論の混乱を避ける目的で Case 2 における均衡を Case 1 とのみ比較する形で議論を進めたが、それ以外のケースとの比較に関しては第 3 節を参照せよ。

３．結論

最後に、本稿の分析から得られた結果をまとめておこう。本稿では、各世代が遺産動機を持たないような状況を想定して、財市場の独占的競争を想定した非ワルラス的な世代重複モデルにおける財政政策の経済厚生効果を検討した。具体的には、政府部門を捨象したベンチマークケース、政府が期間tにのみ家計の効用にも企業の生産性にも貢献しない政府支出を実行し、その財源を世代tへの一括税に求める Case 1、および期間tにおける政府支出をいったん世代tからの借金（＝新規国債発行）で賄い、期間$t+1$にその返済分を世代$t+1$から一括税の形で調達する Case 2 の 3 つのケースを中心に、期間tの財源を世代$t-1$への一括税に求める Case A、期間tにおける世代tからの借金の返済のために期間$t+1$に再び世代tに一括税を課す Case B を加えた計 5 種類の経済の均衡における生産量・物価・各世代の消費を比較した。その結果をまとめると以下のようになる。

＜期間tにおける各ケースの比較＞

（生産量）　$y_t^{bench} = y_t^{caseA} < y_t^{case1} = y_t^{caseB} < y_t^{case2}$

（物価）　$P_t^{bench} = P_t^{caseA} < P_t^{case1} = P_t^{caseB} < P_t^{case2}$

（若年消費）　$(C_t^y)^{case1} = (C_t^y)^{caseB} < (C_t^y)^{bench} = (C_t^y)^{caseA} < (C_t^y)^{case2}$

（老年消費）　$(C_t^o)^{caseA} < (C_t^o)^{case2} < (C_t^o)^{case1} = (C_t^o)^{caseB} < (C_t^o)^{bench}$

＜期間$t+1$における各ケースの比較＞

（生産量）　$y_{t+1}^{bench} = y_{t+1}^{case1} = y_{t+1}^{caseA} = y_{t+1}^{caseB} < y_{t+1}^{case2}$

（物価）　$P_{t+1}^{bench} = P_{t+1}^{case1} = P_{t+1}^{caseA} = P_{t+1}^{caseB} < P_{t+1}^{case2}$

（若年消費）　$(C_{t+1}^y)^{case2} < (C_{t+1}^y)^{bench} = (C_{t+1}^y)^{case1} = (C_{t+1}^y)^{caseA} = (C_{t+1}^y)^{caseB}$

（老年消費）　$(C_{t+1}^o)^{bench} = (C_{t+1}^o)^{case1} = (C_{t+1}^o)^{caseA} = (C_{t+1}^o)^{caseB} < (C_{t+1}^o)^{case2}$

＜ケース間での各世代の厚生比較＞

（世代$t-1$）　$U_{t-1}^{caseA} < U_{t-1}^{case2} < U_{t-1}^{case1} = U_{t-1}^{caseB} < U_{t-1}^{bench}$

（世代t）　$U_t^{case1} = U_t^{caseB} < U_t^{bench} = U_t^{caseA} < U_t^{case2}$

（世代$t+1$）　$U_{t+1}^{case2} < U_{t+1}^{bench} = U_{t+1}^{case1} = U_{t+1}^{caseA} = U_{t+1}^{caseB}$

（世代$t+2$以降）　$U_{t+s}^{bench} = U_{t+s}^{case1} = U_{t+s}^{caseA} = U_{t+s}^{caseB}\ U_{t+s}^{case2}$　（$s \geq 2$）

なお、以上の結論は各世代の家計が遺産動機を持たない場合の結果であるが、各世代が遺産動機を持つ場合、具体的には各家計の効用関数内の変数として若年期と老年期の消費量だけでなく次世代に残す遺産額も入っているようなモデルを用いて本稿と同様の分析を行っても、得られる結論は本質的に同じになることを示すことができる。この意味で、本稿で得られた結論は一定の頑強性を持ったものだと言える。

付録

ここでは（35）で示された不等式：

（35）　$(C_t^y)^{case2} > (C_t^y)^{case1}$

を証明する。この証明自体は全く容易であるが、以下と同じ証明方法がそれ以降に登場す

る同様の不等式の証明にも適用することができるので、やや詳しく書いておくことにする。

（35)、（34）の第 2 式、（24）の第 2 式より、以下が成立する。

$$(C_t^y)^{case2} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M+D}{P_t^{case2}} = k \times (M+D)\left(\frac{M+D}{1-\alpha}\right)^{-(1-a)} \qquad （k \equiv \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{\eta}{\eta-1}\frac{W}{a}\right)^{-a}）$$

$$(C_t^y)^{case1} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{M}{P_t^{case1}} = k \times M\left(\frac{M}{1-\alpha}+D\right)^{-(1-a)}$$

ここで、関数 $f(D)$ を

$$f(D)\ （\equiv \frac{(C_t^y)^{case2}}{(C_t^y)^{case1}}）= \frac{(M+D)\left(\frac{M+D}{1-\alpha}\right)^{-(1-a)}}{M\left(\frac{M}{1-\alpha}+D\right)^{-(1-a)}} = \frac{M+D}{M}\left(\frac{M+(1-\alpha)D}{M+D}\right)^{1-a}$$

と定義すると、 $f(0)=1$ が成立するので、もし $f'(D)>0$ を証明することができれば、上の不等式（35）を証明できたことになる。ところで、関数 $g(D)$ を

$$g(D) \equiv \log f(D)$$

と定義すると、対数関数は単調増加関数なので

$$\mathrm{sign}[f'(D)] = \mathrm{sign}[g'(D)]$$

が成立し、ゆえに $f'(D)>0$ を証明することと $g'(D)>0$ を証明することが同値になる。ここで、後者は容易に証明することができるので、結果的に不等式（35）が成立することを確認することができるのである。

参考文献

Barro, R. (1974) “Are Government Bonds Net Wealth”, *Journal of Political Economy*, 82, pp1095-1117

Barro, R. and H. Grossman (1976) *Money, Employment and Inflation*, Cambridge

University Press

Benassy, J. P. (2002) *The Macroeconomics of Imperfect Competition and Nonclearing Market*, The MIT Press

Bowen, W.G., Davis, R.G., Kopf, D.H. (1960) "The Public Debt: A Burden on Future Generations?", *American Economic Review*, 50(4), pp701-706

Diamond, P. (1965) "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review*, 55(5), p1126-1150

Modigliani, F. (1961) "Long-run Implications of Alternative Fiscal Policies and the Burden of the National Debt", *Economic Journal*, 71(284), pp730-750

Ogawa, T. (2005) "Welfare Analysis of Debt Policy during Recessions", Osaka University Discussion Paper Series No.24

Ogawa, T. and Y. Ono (2010) "Public Debt Places No Burden on Future Generations under Demand Shortage", Osaka University GCOE Discussion Paper No.155

Rankin, N. (1986) "Debt Policy under Fixed and Flexible Prices", *Oxford Economic Papers*, 38(3), pp481-500

Sen, P. (2002) "Welfare-improving Debt Policy under Monopolistic Competition", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.27(1), pp143-156

Steigum, E. (2001) "Trade Unions and the Burden of the Public Debt", CESifo Working Paper Series 587

Tirole, J. (1985) "Asset Bubbles and Overlapping Generations", *Econometrica*, Vol.53, pp1071-1100

Weil, P. (1989) "Overlapping Families of Infinitely-lived Agents", *Journal of Public Economics*, No.38, Vol.2, pp183-198

田中淳平（2010a）「不完全雇用下の国債負担：シンプルなモデルを用いた再検討」

北九州市立大学ワーキングペーパーシリーズ

田中淳平（2010b）『ケインズ経済学の基礎：現代マクロ経済学の視点から』

九州大学出版会